

A. JA. HINCSIN

„A STATISZTIKAI MECHANIKA ANALITIKUS MÓDSZEREI“
C. KÖNYVÉRŐL

A. Ja. Hincsin könyvével kapcsolatban a következő alapvetően fontos szempontokra szeretném felhívni a figyelmet.

1. A statisztikus mechanika egyik feladata az, hogy a makroszkópikus fizika fogalmait molekuláris adatokra vezesse vissza. A visszavezetés középértékképzés útján történik, így a makrofizikai adatok a molekuláris adatok átlagértékei. Milyen súlyfüggvény szerint végezzük a közepelést? A statisztikus mechanika ergodikus, kváziergodikus és pszeudoergodikus elvei éppen azért születtek meg, hogy erre a kérdésre, a priori adottnak vélt principiumok alapján, választ adhassanak. Majdnem egy évszázad telt el már a probléma első felmerülése óta, de *a fizika szempontjából* a kérdés megoldatlan maradt. A szovjet valószínűségszámítási iskola eredményeinek birtokában megállapíthatjuk, hogy ilyen úton nem is juthatunk pozitív eredményre. A valószínűségszámítás csak arra vállalkozhat, hogy a valószínűséggel kapcsolatos fogalmak általános törvényeit felderítse, de a priori adott (tehát a realitástól függetlenül, tisztán spekulatív úton nyert) valószínűségeket nem ismerhet el. Röviden: minden konkrét valószínűségszámítási kijelentésnek tapasztalati alapokra kell épülnie. Hincsin könyve az a priori elvek létezésének igen szép, de éppen ezért igen kártékony illúziójától fosztja meg az olvasót és ezzel a statisztikus mechanikát tudatosan a helyes probléma-felvetés irányába fordítja. Tudomány csak tényekre épülhet, illúziókra nem.

A mondottak szerint a statisztikus mechanika egyes problémáiban szereplő súlyfüggvényeket is magából a fizikai realitásból kiindulva, tapasztalati alapokra építve kell meghatározni. Persze ez sem könnyű feladat, de csak ez az út az egyedül célravezető. A statisztikus mechanika fejlődéstörténetének és a diszciplína érvényességi területének mélyreható analizéséből kiindulva, Hincsin meg is mutatja a kivezető utat. A klasszikus statisztika esetében azt a munkahipotézist vezeti be, hogy a fázisfüggvények az állandó energiájú felületen „majdnem állandóak“. Ezáltal a súlyfüggvényt önkényesen is megválaszthatjuk, csupán azt kell kikötnünk róla, hogy a rendszer mozgásával szemben invariáns legyen. Ilyen invariáns súlyfüggvény viszont a Liouville-tétel alapján egyszerűen meghatározható. A kvantumstatisztikák esetében a fázisfüggvények „majdnem állandó“ voltáról nem beszélhetünk, ezért itt a súlyfüggvény meghatározása okvetlenül szükséges. Mivel itt az állandó energiájú felületnek a kvan-

tumállapotok valószínűségi amplitúdói által meghatározott gömbfelület felet meg, ezen a felületen kell egy alkalmas mértéket megadni. *Hincsin* munkahipotézise szerint a mérték az említett gömbfelület megfelelő darabjának területével arányos, vagyis a fázisok eloszlása egyenletes.

A makroszkópikus egyensúly esetében az említett munkahipotézisek a tapasztalással egyező eredményre vezetnek.

Az említett kérdések tárgyalásánál *Hincsin* világosan kifejezésre juttatta, hogy az általa javasolt megalapozás nem tekintendő végső megoldásnak. A könyvnek egyik nagy érdeme éppen abban áll, hogy nem kendőzi a nehézségeket és megoldatlan problémákat nem igyekszik megoldotként feltüntetni. Azt hiszem hasznos lesz, ha egy ilyen kérdést itt kissé részletesebben tárgyalok. Ha valaki azt kérdezi, hogy a *Maxwell*-féle sebességeloszlás milyen molekuláris-fizikai és valószínűség-számítási tételeknek a következménye, a statisztikus mechanika alapján nem adhatunk választ. *Hincsin* sem ad erre magyarázatot, ellenben megmutatja azt a két alapvető körülményt, amelyik már tartalmazza a sebességeloszlás tulajdonságait is. Eme körülmények egyike az, hogy a fázisfüggvények az állandó energiájú felületen majdnem állandóaknak tekinthetők. A másik körülmény az, hogy a struktúrafüggvény normalizálhatatlansága miatt be kell vezetnie faktorként az energiának egy exponenciális kifejezését. Hogy milyen mélyebb molekuláris és valószínűség-számítási alapjai vannak ezeknek a tényeknek, arra csak a további vizsgálatok adhatnak választ. Ezek az új problémák legalább olyan értékesek, mint a befejezett eredmények.

2. A statisztikus mechanikának egy másik feladata a fenomenológikus termodinamika törvényeinek statisztikus értelmezése. *Hincsin* könyve ebben a vonatkozásban is igen tanulságos. Különösen figyelemre méltó *Hincsin* tárgyalásában az a körülmény, hogy a termodinamika statisztikus megalapozásában éppen azok a momentumok hangsúlyozódnak, amelyek a fenomenológikus termodinamikában az axiómák szerepét játsszák. (Itt *Carathéodory* és *Ehrenfest*—*Afanassjew*-féle axiómatikus megalapozásra gondolok.) Ezek közül a legfontosabbak a következők:

a) A termikus egyensúly és a hőmérsékletfogalom kapcsolata. *Hincsin* tárgyalásából világosan kiderül, hogy a valószínűségi sűrűségfüggvények existenciája elválaszthatatlanul össze van kötve egy olyan paraméter existenciájával, amelyik az egész egyensúlyi rendszerre (tehát az összes nagy komponensekre) vonatkozóan azonos értékű. Nyilvánvaló tehát, hogy ez a paraméter szükségszerűen a hőmérsékletet reprezentálja.

b) Az abszolút hőmérséklet előjele feltétlenül pozitív. Ez a körülmény statisztikai oldalról azáltal nyer megerősítést, hogy a valószínűségi sűrűségfüggvényről csak $\beta > 0$ esetén beszélhetünk.

c) Az abszolút hőmérséklet a zérus értéket nem veheti fel. Valóban $\beta = 0$ a statisztikai tárgyalásmód szerint lehetetlen.

d) Valójában hőenergia nem létezik, a hő nem energia-fajta, hanem az energia átalakulásának egyik fajtája. A hő, *Hincsin* statisztikus értelmezése szerint is, valóban az energiaátalakulás egyik fajtájának mértéke.

e) Entrópiája csak a termikusan homogén egyensúlyi rendszereknek van. Az a körülmény, hogy a *Hincsin*-féle statisztikus entrópia-definícióban egyetlen, az egész rendszerre nézve közös β paraméter szerepel, ezt a tényt explicite is kihangsúlyozza. Ezzel kapcsolatban hasznos lesz rámutatnunk a *Boltzmann*-féle entrópia-definíció hiányosságaira. E szerint a rendszer entrópiája az ú. n. állapotvalószínűség logaritmusával arányos. Azonban az állapotvalószínűség akkor is értelmezhető, ha a rendszer termikusan inhomogén és így a *Boltzmann*-féle entrópia olyankor is létezik, amikor a rendszernek nincs is entrópiája.

Még sok példát lehetne felsorolni; de — azt hiszem — ennyi is eléggé meggyőző.

3. Különösen figyelemre méltónak tartom a kvantumstatisztikák megalapozásának eleganciáját. Itt ugyanis, a klasszikus statisztikákkal szemben, az a nehézség merül fel, hogy a statisztikai sokaság individuumai már maguk is csak statisztikailag vannak jellemezve. (U. i. a hullámfüggvény statisztikus és nem kauzális állapothatározó.) Ez az oka annak, hogy ebben az esetben nem lehet a fázisfüggvényeket az állandó energiájú felületen „majdnem állandó”-aknak tekinteni. A már előzőleg említett közepelési elv igen frappáns megoldását adja ennek a problémának is.

A klasszikus statisztikában elegendő a mozgásegyenleteknek egyetlen integrálját figyelembe venni. Ez az integrál a rendszer energiája. (Tudjuk, hogy vannak más integrálok is, így az impulzusmomentum és a tömegközéppont helyzete és sebessége, azonban ezek a statisztikus mechanika szempontjából egyáltalán nem döntő jellegűek.) *Hincsin* felhívja a figyelmet arra, hogy a kvantumstatisztikákban az energiaintegrálon kívül még egy integrál felvétele okvetlenül szükséges, ha a tapasztalással egyező elméletet akarunk felépíteni. Ez a másik integrál az állapot szimmetriajellegét leíró különleges fázisfüggvény, mely háromféle értéket vehet fel: $\sigma = +1, -1, 0$. Ennek megfelelően a vizsgált rendszer szimmetria-jellege nem változhat és így háromféle kvantumstatisztikai séma lehetséges:

- $\sigma = +1$, szimmetrikus (*Bose—Einstein*) statisztika;
- $\sigma = -1$, antiszimmetrikus (*Fermi—Dirac*) statisztika;
- $\sigma = 0$, teljes (klasszikus kvantum-) statisztika.

Érdekes itt az a körülmény, hogy az ú. n. klasszikus kvantumstatisztika teljesen exakt értelmezést nyer, tehát a kvantumstatisztikák közt a másik kettővel teljesen egyenrangú. Az eddigi felfogás ugyanis ezt a (*Hincsin* által teljesnek nevezett) statisztikát a klasszikus és a kvantumstatisztika következtlen és kielégítően nem indokolható kombinációjának tekintette.

4. *Hincsin* könyvéből ismerjük meg a statisztikus mechanika kétféle közepelési eljárásának, a mikrokánonikus és a makrokánonikus, röviden:

kánonikus közepelésnek, helyesen értelmezett viszonyát. *Hincsin* megmutatta, hogy a kétféle közepelési eljárás elvileg egyáltalán nem különbözik egymástól, a makrokánonikus közepelés nem egyéb, mint alkalmas módszer a mikro-kánonikus közepek közelítő kiszámítására. A bizonyítás a valószínűségszámítás határértéktételeinek alkalmazásán alapszik. A határértéktételek alkalmazása más vonatkozásban is döntő szerepet játszik *Hincsin* könyvében.

5. Végezetül megállapíthatjuk, hogy *Hincsin* könyve két szempontból is jelentős szerepet játszik a statisztikus mechanika történetében. A könyv egyik jelentősége abban áll, hogy a statisztikus mechanika konzekvens megalapozását adja. Emellett azonban ugyanolyan jelentős abból a szempontból is, hogy „gondolatkeltő“, tehát olyan következtetések alapjául szolgálhat, amelyek a statisztikus mechanika további fejlődése folyamán döntő jellegűek. Mindezt figyelembe véve, különösen sajnálatos, hogy a könyv formailag nem üti meg a kívánt mértéket. Bár — hangsúlyozni kell — a hiányosságok lényegében nem érintik a könyv használhatóságát. A fordítást, az előzőleg megjelent könyvekéhez képest, határozottan jónak mondhatjuk. Lehet ugyan kifogást emelni, de nem vagyok benne biztos, hogy ezek a kifogások valóban jogosak-e. Egyetlen példát szeretnék ezzel kapcsolatban felemlíteni. Szerző egy fogalomra többféle elnevezést is használ. Pl. valószínűségi sűrűség, lokális eloszlásfüggvény, differenciális eloszlásfüggvény, mind ugyanazt a fogalmat jelölik. Az olvasó szempontjából kétségkívül előnyösebb lett volna mindenütt ugyanazt a kifejezést használni, de talán az sem hiba, ha a fordító az eredeti szóhasználat mellett marad. A fordítás hiányosságai mind hasonló természetűek és a problémát komplikálta az, hogy olyan határterületről volt szó, ahol más kifejezést szoktak használni a fizikusok és mást a matematikusok és ismét mást a magyar és mást a külföldi irodalomban. Hangsúlyoznom kell, hogy az itt felemlített (de nem értelemzavaró) fordítási hiányosságokat egy fizikus és egy matematikus lektor közös munkája árán lehetett volna csak kiküszöbölni. A könyvben vannak sajtóhibák is, azonban a szokásosnál nem több, amit rövid hibajegyzékkel pótolni lehetett volna.

A könyv egyéb formai hibái: a szerző neve hiányosan van feltüntetve; nincs megemlítve a munka eredeti címe, ami annál fontosabb lett volna, mivel a könyv két különböző hosszabb dolgozat fordítása; nincs tartalomjegyzék; nincs előszó; továbbá hasznos lett volna néhány oldalnyi jegyzettel megkönnyíteni az olvasó munkáját. Mindezekre magyarázatot az ad, hogy a könyvnek nem volt szerkesztője. Bár az én nevem ott áll a könyvben, hogy én szerkesztettem a könyvet, de nekem erről nem volt tudomásom. A könyv nyomásakor értesítettek telefonon, hogy szerkesztőként az én nevem fog a könyvön szerepelni. Persze látszólag nem volt egészen illetéktelen az ilyen minőségben való szereplésem, mert a könyv lektorálását én végeztem. Mindez magyarázatot ad a hibákra, érthetővé pedig a szervezettség hiánya teszi a dolgot, hiszen ez a könyv egyike volt a III. Osztály első kiadványainak. Úgy

látom a kérdést, hogy az említett hiányosságokon még mindig lehetne segíteni megfelelő pótlások utólagos kiadásával, de még kívánatosabb volna *Hincsin* újabb ilyen tárgyú művének lefordítása, amikor az előzőek tanulságait leszűrve, a hibákat teljes mértékben ki lehet küszöbölni.

Fényes Imre

Hincsin munkái a statisztikus (nem statisztikai!) mechanika történetében új fejezet kezdetét jelentik. *Hincsin* volt az első, aki a statisztikus mechanikát konzekvens és szabatos matematikai alapokon építette fel. A statisztikus mechanika lényege éppen abban áll, hogy a tárgyalt fizikai rendszereket, azok törvényszerűségeit a valószínűségszámítás segítségével vizsgálja. Ennek ellenére a statisztikus mechanika *Hincsin* előtti művelői nem vették igénybe a valószínűségszámítás fejlett korszerű apparátusát. Ennek magyarázata az, hogy a statisztikus mechanika kialakulása idején a valószínűségszámítás nyugaton még igen kezdetleges állapotban volt, az orosz matematikusok — *Csebisev*, *Markov*, *Ljapunov* — korszakalkotó eredményeit a statisztikus mechanika alkotói nem ismerték. Az azóta eltelt évtizedek alatt a valószínűségszámítás matematikai elmélete, elsősorban szovjet matematikusok munkája következtében, akik között *A. N. Kolmogorovot*, *Sz. N. Bernsteint* és magát *A. Ja. Hincsint* kell első helyen megemlítenünk, hatalmas fejlődésen ment keresztül. Erről a fejlődésről, aminek óriási jelentősége van a fizika, a kémia és más természettudományok és a műszaki tudományok szempontjából, a nyugati fizikusok többsége nem igen vett tudomást. Igen érdekes ennek okait közelebbről megvizsgálni. Első helyen azt kell megemlítenünk, hogy a valószínűségszámítás *Kolmogorov*-tól származó korszerű szabatos matematikai elmélete konzekvens materialista elmélet, és érthető, hogy a fizikai idealizmus hívei elzárkóztak ez elől az elmélet elől. Ezt az elzárkózást elősegítette az az egészségtelen konzervatizmus, amely a matematikai módszerek alkalmazását illetően, a fizikusok körében eléggé el van terjedve. Így történhetett meg, hogy a statisztikus mechanikában — ahogy *Hincsin* mondja vagy „rosszminőségű” és kétes értékű matematikai megfontolásokat alkalmaztak, vagy nehézkes és áttekinthetetlen speciális matematikai apparátust igyekeztek megalkotni — mint például *Fowler* és *Tolman* — ahelyett, hogy alkalmazták volna a valószínűségszámítás határeloszlás-tételeinek meglévő és szabatos apparátusát, amelynek éppen a statisztikus mechanika a legkézenfekvőbb alkalmazási területe. *Hincsin* érdeme elsősorban abban áll, hogy megmutatta, hogy semmi különleges apparátusra itt nincsen szükség, és a normális eloszláshoz való lokális konvergenciára vonatkozó határértéktételek egyszerű alkalmazásával minden eddigi tárgyalásnál világosabb, áttekinthetőbb és szabatosabb módon építhető fel a statisztikus mechanika, mind a klasszikus, mind a kvantumstatisztika. Külön ki szeretném emelni azt az érdekes körülményt, hogy míg a klasszikus statisztikában az egyváltozós határértéktételekre van csak szükség, a kvantumstatisztika felépítése

megköveteli a többváltozós határértéktételek alkalmazását. Igen nagy jelentősége van annak, hogy az ergod-elvet *Hincsin* lényegében a nagy számok törvénye segítségével pótolja, továbbá rámutat annak a lehetőségére is, hogy a részecskék kölcsönös korrelációja is figyelembe vehető. Világosan rámutat *Hincsin* az elmélet felépítésénél arra is, hogy ahol ezt a kölcsönhatást elhanyagoljuk, ott tulajdonképpen csak közelítésről van szó, amely azonban gyakorlatilag megengedhető. Ennek ellenére *Hincsin* könyve szükségképpen arra a gondolatra vezeti az olvasót, (bár ezt ebben a formában nem mondja ki) hogy érdemes volna a statisztikus mechanika felépítésénél is figyelembe venni a kölcsönhatásokat, és ennek megfelelően a független valószínűségi változókra vonatkozó határértéktételek helyett a gyengén függő valószínűségi változókra vonatkozó megfelelő tételeket alkalmazni. Ennek a programnak a végrehajtása azonban megköveteli a nem független valószínűségi változókra vonatkozó határértéktételek elméletének továbbfejlesztését. Az első kezdeményező lépést e téren Sz. N. *Bernstejn* tette meg, azonban ez az elmélet még távolról sem érte el azt a fejlettségi fokot, mint a független változókra vonatkozó határértéktételek elmélete, és ezen a téren még sok nyitott probléma van.*

Örömmel üdvözlöm *Hincsin* munkáinak magyar nyelven való megjelenését, meg vagyok győződve arról, hogy ez a könyv — a magyar kiadás és a fordítás kirívó fogyatékoságai ellenére is — nagy érdeklődésre fog találni a magyar fizikusok és matematikusok körében, és azt fogja eredményezni, hogy egyrészt a fizikusok behatóbban fognak a valószínűségszámítással foglalkozni, másrészt a matematikusok is fokozottabban fognak érdeklődni a statisztikus mechanika iránt. A fizikus hallgatók részére tartott egyetemi valószínűségszámítási előadásomban *Hincsin* nyomán tárgyaltam a statisztikus mechanikát, hogy ezzel is hozzájáruljak ahhoz, hogy ez a kiváló munka minél szélesebb körben ismertté váljék.

Rényi Alfréd lev. tag

* Egy erre vonatkozó újabb eredmény található Rényi Alfréd „A valószínűségszámítás központi határértéktételének egy új általánosításáról“ c. dolgozatában, III. o. Közleményei. I. 2 (1951), 351.