

# *A matematika alkalmazásairól tartandó vita tézisei\**

RÉNYI ALFRÉD

1. A matematika módszerei rohamosan növekvő szerepet játszanak az emberi tudás és gyakorlati tevékenység szinte minden területén. A különböző tudományok és a gyakorlati élet „matematizálódása” olyan szükségszerű folyamat, amelyet a fejlődés parancsolóan megkövetel. A matematikusok azonban sokat tehetnek e folyamat termékenyítő hatásának minél teljesebb kibontakozása érdekében, azáltal, hogy nemcsak örömmel regisztrálják e tendenciát, hanem ezen túlmenően, tudatosan igyekeznek azt támogatni, elébe menni a velük és tudományukkal szemben megnyilvánuló igényeknek és legyőzni a fejlődéssel szembenálló, maradi nézeteket. A matematika alkalmazásai jelentőségének rohamos megnövekedése objektíve szükségszerű, forradalmi jellegű történelmi folyamat. Az egyén azonban sokat tehet e folyamat sikere érdekében, ha tudatosan igyekszik azt elősegíteni.

2. A matematika alkalmazásairól az Akadémia III. Osztálya 1952-ben eredményes vitát rendezett. Az e vitákból kialakult álláspontot legtömörebben K. Kuratowski azóta sokat idézett mondása foglalta össze, mely szerint: „Nem létezik «tiszta» és «alkalmazott» matematika, csak a matematika és annak alkalmazásai”. E megállapítást a legutóbbi évek tapasztalatai alapján számos újabb ténnyel lehet alátámasztani. Egyre szembetűnőbbé válik, hogy az alkalmazhatóság nem privilégiuma a matematika egyes ágainak. A matematikának nincsen olyan lényeges ága vagy iránya, amelynek egyes eredményei vagy módszerei nemcsak közvetve, hanem közvetlenül is ne kerültek volna máris felhasználásra vagy a termelésben (ill. a társadalom életének más területein), vagy a technikában, vagy a természet- és társadalomtudományokban. Kétségtelen, hogy egy adott időpontban a matematika egyes fejezetei különböző jelentőséggel bírnak az alkalmazások terén: vannak fejezetek, amelyek az adott időpontban szinte egészében felhasználásra kerülnek a gyakorlatban, míg más fejezeteknek csak egy-egy eredménye jut ilyen szerephez. Az egyes fejezeteknek szerepe az alkalmazásokban azonban állandóan változik. Nehéz előre látni, hogy a jövőben mely fejezetek, ill. módszerek milyen szerephez fognak jutni, és milyen súlyt kapnak az alkalmazásokban; e téren

\* Az MTA III. Osztályának Matematikai Bizottsága tervbe vette, hogy 1962 októberében vitát rendez a matematika alkalmazásairól. Az alábbi tézisek összeállításának az volt a célja, hogy e vita eredményességét elősegítse azáltal, hogy felvet néhány tisztázásra szoruló elvi problémát, továbbá felhívja a figyelmet néhány égetően aktuális gyakorlati teendőre. Az alábbi tézisek egy első fogalmazását a Matematikai Bizottság 1962 júniusában tartott ülésén megvitatta; az e vita során elhangzott számos hozzászólás felhasználásával a téziseket a szerző átdolgozta. E tézisek azonban még ezen átdolgozott alakban sem tekintendők másnak, mint a szerző egyéni állásfoglalásának; a Matematikai Bizottság végleges álláspontját az októberi vita után fogja csak kialakítani.

a helyzet néhány év alatt gyökeresen megváltozhat, amint azt az utóbbi 20 év tapasztalatai mutatják.

3. A XIX. században és a XX. század első negyedében a matematikának csak a legelemibb fejezetei, továbbá a klasszikus analízis kerültek rendszeresen felhasználásra, mégpedig elsősorban a fizikában, a csillagászatban, a geodéziában, a kristálytanban, kisebb mértékben a kémiában, továbbá a technika egyes ágaiban (építészet, gépipar, hajóépítés stb.), ezenkívül a gyakorlati élet néhány más területén használták az aritmetikát, az algebra és geometria elemeit („kereskedelmi” számtan, klasszikus biztosítási matematika, pl. Altenburger Gyula és Goldziher Károly stb.).

Ezzel szemben ma már az összes természettudományok egyre növekvő mértékben igénylik a matematikai módszerek felhasználását; mégpedig nemcsak az élettelen természettel foglalkozó tudományok, hanem a biológiai, továbbá a társadalmi tudományok is. A modern technika nagy vívmányai (a modern híradástechnika, az atomenergia felszabadítása, a repülő- és rakéta-technika, az automatizálás stb.) nem jöhettek volna létre a matematikai módszereknek, mégpedig a matematika újabb, fejlettebb fejezetei módszereinek és eredményeinek messzemenő felhasználása nélkül.

4. A matematikai módszerek felhasználását számos területen akadályozták az elmúlt évtizedekben maradi nézetek. A dogmatizmus e téren is káros következményekkel járt. Így például a matematikai módszereknek az élő természet vizsgálatára való felhasználását hosszú ideig gátolták olyan előítéletek, hogy „az életjelenségekre nem lehet élettelen képleteket ráerőszakolni”. Különösen Liszenko ilyen téves nézetei gátolták e téren a fejlődést. Ma már teljesen nyilvánvaló minden hozzáértő és elfogulatlan kutató előtt, hogy az élő világgal foglalkozó tudományok fejlődéséhez, e tudományok „egzakt” tudománnyá válásához a matematika módszereinek felhasználása nemcsak szükséges, de egyenesen nélkülözhetetlen.

Ugyanez vonatkozik a társadalomtudományokra is, így a közgazdaságtudományra, a pszichológiára, a nyelvészetre stb. A közgazdaságtudományban is volt egy időszak, amikor a matematikai módszerek alkalmazása dogmatikus előítéletekbe ütközött. Ez az akadály ma már elhárult és általánossá vált az a felismerés, hogy különösen nagy jelentősége van az egzakt matematikai módszereknek a tervezésközpontú országokban, mert a termelés és elosztásnak, a szükségletek és lehetőségek figyelembevételével a társadalom számára leghatásosabb tervezése, szervezése és irányítása csak a matematikai módszerek széles körben való felhasználása útján lehetséges. Szinte minden, a gazdasági életet illető lényegesebb döntés meghozatalához matematikai szélsőértékproblémát kell előbb megoldani. A kibernetika fejlődését is gátolták egy időben dogmatikus nézetek, de örömmel állapíthatjuk meg, hogy ezen előítéletek ma már nem hatnak; ezek következtében azonban a kibernetika terén létrejött lemaradásunkat még nem sikerült behozni.

5. A matematika alkalmazásai terén a következő fontosabb tendenciák állapíthatók meg a legutolsó évtizedek tapasztalatai alapján.

a) Míg korábban — még a XX. század elején is — a matematika módszereivel egy-két kivételtől eltekintve (mint pl. a radioaktív bomlás) szinte kizárólag csak pontosan előre látható (szigorúan kauzális jellegű) folyamatokat írtak le, és a véletlen jelenségek közül legfeljebb a mérési hibákból és más hasonló okokból származó, másodlagos szerepet játszó ingadozásokat vették figyelembe, addig az elmúlt évtizedekben világossá vált, hogy legalább ugyan-

olyan jelentősége van a matematikai módszerek alkalmazásának olyan folyamatok vizsgálatánál is, amelyek alapvetően sztochasztikus jellegűek. Ennek következtében a valószínűségszámítás rövid néhány évtized alatt a matematika egyik legtöbbet és legszélesebb területen alkalmazott ágává vált.

b) A matematikai gépek fejlődése forradalmasította a matematika alkalmazásait. Olyan feladatok megoldása, ami azelőtt a szükséges számítások nagy mennyisége miatt gyakorlatilag elvégezhetetlen volt, most egyik napról a másikra kézzelfogható lehetőséggé vált. Az elektronikus számológépek hatalmas kapacitása következtében ma már nem a numerikus számolás, hanem ennek programozása vált a „szűk keresztmetszetté”. A matematikai gépek konstrukciója és programozása egyaránt a matematikai logikára támaszkodik, amely néhány év alatt a matematika legelvontabb ágából annak leggyakorlatibb ágává vált. Ez az ugrásszerű változás igen tanulságos mindazoknak, akik szűklátókörűen a matematika egyes fontos ágait lebecsülik és azokra a „pusztán elméleti jelentőségű” bélyeget igyekeznek rásütni. Az ilyen elhamarkodott ítéletek súlyos kárt okozhatnak a tudomány fejlődésének.

c) Egy másik fontos változás, amelyet szintén a gépi matematika kifejlődése hozott magával, a diszkrét módszerek jelentőségének erős megnövekedése. Ennek következtében a kombinatorika, amelyet a század elején lezártnak tekintettek, egyenesen renaissance-át éli. A gráfelmélet, amelyet még 20 éve „pusztán elméleti” érdekességű irányynak tartottak és sok neves matematikus nem is vette teljesen komolyan, ma egyre nagyobb jelentőségre tesz szert, az elektromos hálózatok elméletében, a gazdasági matematikában stb. Erősen megnőtt a mátrixelmélet szerepe is a matematika gyakorlati alkalmazásai során, mégpedig nemcsak a lineáris egyenlet- és egyenlőtlenség-rendszerek gépi megoldásában, hanem azért is, mivel a differenciál-, integrál-, ill. integro-differenciálegyenletek gépi megoldásánál szinte kivétel nélkül egy megfelelő diszkrét probléma megoldásával közelítik a megoldást és ehhez gyakran van szükség mátrix-módszerekre.

Az algebra, sőt még a számelmélet számos modern fejezete is szerephez jut a gépi matematikában; az algebra és számelmélet még nagy kiaknázatlan tartalékokkal rendelkezik, amelyek gyakorlati felhasználására számos jel szerint a legközelebbi években fog sor kerülni. Amennyire ezt előre lehet látni, a modern algebra, továbbá a számelmélet egyre nagyobb szerephez fog jutni a következő években a matematika gyakorlati alkalmazásai terén.

A diszkrét problémák és módszerek iránti érdeklődés megnövekedése még a matematika olyan, a dolog természeténél fogva a folytonosság fogalmára épülő ágaiiban is észrevehető, mint a geometria (véges geometriák, „diszkrét” geometria stb.).

d) A diszkrét módszerek jelentőségének rohamos növekedése semmiképpen nem jelenti azt, mintha a folytonos módszerek ezáltal elvesztették volna jelentőségüket. A differenciál- és integrálegyenletek, a variációszámítás stb. nagy jelentősége az alkalmazások tekintetében változatlanul fennáll, a matematika ezen ágai a gyakorlati — különösen a műszaki és fizikai — alkalmazások terén ma is igen nagy jelentőséggel bírnak. Tekintettel arra, hogy e témák hazánkban nincsenek még ma sem olyan mértékben művelve, mint ahogy az kívánatos volna (bár a helyzet a felszabadulás előttihez képest lényegesen javult), továbbra is napirenden kell tartani ezen irányzatok hazai művelésének erőteljes fejlesztését.

e) Egymás után alakultak ki az elmúlt 20 év alatt a matematika olyan új fejezetei, amelyek létrejöttéhez az alkalmazások által felvetett problémák és igények adták meg az ösztönzést. Ilyen irányok: az információelmélet, a játékelmélet (amelyet helyesebb volna stratégiaelméletnek nevezni), a lineáris és nem-lineáris, dinamikus stb. programozás elmélete néven ismeretes irányzat (amelyet helyesebb volna optimalizáláselméletnek nevezni) és nem utolsósorban a számológépek programozásának elmélete, illetve általában a matematikai kibernetika. E jelenség annál figyelemre méltóbb, mert míg az elemi matematika (aritmetika és geometria), továbbá a klasszikus analízis és a valószínűségszámítás kialakulásánál az alkalmazások ösztönzésének döntő szerepe vitathatatlan, a XIX. században és a XX. század elején létrejött új matematikai fejezetek többségét a matematika belső fejlődésének dialektikája hozta létre. E tekintetben tehát az utolsó 20 évben a helyzet minőségileg változott meg.

6. A matematika „alkalmazása” gyűjtőnév alatt számos egymástól lényegesen különböző tevékenységet szoktak egy kalap alá venni. Az e kérdésről folytatott viták eredményességét nagymértékben gátolja, hogy a vitatkozó felek ugyanezen kifejezést használják ugyan, de egész más dolgokra gondolnak. Ezért szükséges a matematika alkalmazásai fogalmának tisztázása, és az e néven összefoglalt főbb különböző tevékenységtípusok elhatárolása. Az előttünk álló teendők tisztázásának előfeltétele, hogy világosan különbséget tegyünk az alább felsorolt, egymástól elég élesen elhatárolható és különböző színvonalon álló öt tevékenységtípus — A), B), C), D) és E) — között, amelyek közül mindegyik fontos és szükséges, azonban nem helyes őket összekeverni. E felosztás azért fontos, mert az öt különböző színvonalon folyó munka eredményességének növelése egész különböző problémákat vet fel és különböző utakon oldható meg.

A) A matematikát alkalmazzák mindazok, akik az általános műveltség részét képező elemi matematikai ismereteket felhasználják; így a háziasszony, amikor kiadásait összeírja, a könyvelő, a banktisztviselő stb., amikor százalékot számol, az asztalos, amikor egy polc méreteit számolja stb.

B) A matematikát alkalmazza a mérnök, amikor szakmájába vágó feladat megoldása céljából jól ismert képleteket használ fel, a geodéta, a kutató, amikor mérési eredményeit a legkisebb négyzetek módszerével kiegyenlíti, általában bármely szakterület művelője, amikor az illető szakterületen általánosan elfogadott, rutinszerűen használt matematikai számításokat végez.

C) A matematikát alkalmazza a matematikus, ha a hozzá matematikai szaktanácsért forduló szakembernek segítséget nyújt problémája megoldásában, a matematikai alakra hozott probléma megoldásában, ismert matematikai módszerek segítségével, ami tulajdonképpen kutatómunkát nem igényel. A végeredmény numerikus kiszámításában, gépi vagy más segédeszközök segítségével vagy anélkül, az eredmények grafikus (esetleg nomogram formájában való) ábrázolásában. (Ha a probléma nem típusfeladatra vezet, hanem megoldása a matematikus részéről alkotó jellegű munkát igényel, akkor nem ebbe, hanem a következő típusba soroljuk.)

D) A matematikát alkalmazza az a matematikus, aki egy más szakterületen felmerült probléma megoldása érdekében alkotó jellegű kutatómunkát végez, esetleg az illető szakterület kutatóival együttműködve. E kategóriába tartozó munkát végez a matematikus, ha új matematikai eredmények elérésével old meg valamely alkalmazási területen felmerült problémát. Az

ilyen jellegű tevékenység legmagasabb formájának az tekinthető, amikor a matematikusok a gyakorlat ösztönzésére új matematikai elméletet alkotnak, esetleg a matematika egy egész új ágát teremtik meg. E kategóriába tartozó tevékenységet folytat az a matematikus is, aki (esetleg az alkalmazási terület szakembereivel együttműködve) újszerű matematikai modellt alkot, illetve a matematika ismert módszereit olyan területen alkalmazza, ahol ezt előzőleg még nem tették meg.

E) A matematikát alkalmazza a matematikus, aki maga vagy mások által elért új matematikai eredményekről felismeri, hogy azok felhasználhatók egy vagy több matematikán kívüli területen, és ezen felhasználást elősegítő, alkotó jellegű munkát végez. E kategóriát az előzőtől az különbözteti meg, hogy míg a D) kategóriába sorolt tevékenységnél a kutatás kiindulópontja egy gyakorlati (vagy más tudományon belül felmerült) probléma, itt a kiindulópontot egy matematikai módszer vagy elmélet képezi, vagyis ez esetben a matematikus nem a gyakorlati problémához keres matematikai módszert, hanem a matematikai eredményhez keres és talál alkalmazást.

A fenti A), B), C), D) és E) pontokban leírt tevékenységek két nagyobb csoportba oszthatók: az A), B) és C) pontokba sorolt tevékenység lényegében rutinmunka jellegű, tulajdonképpeni kutatómunkát nem igényel; ezzel szemben a D) és E) pontokban leírt tevékenység alkotó jellegű és tudományos kutatómunkát igényel. Más szempontból azonban az A) és B) alatti tevékenységeket állíthatjuk szembe a C), D) és E) pontokban leírt tevékenységgel; ugyanis az A) és B) pontokban a matematika nem matematikusok által való felhasználásáról szoltunk, ezzel szemben a C), D) és E) pontok a matematikusok által a matematika alkalmazása érdekében végzett munka három típusát jelentik.

7. A felszabadulás előtt Magyarországon, annak ellenére, hogy a matematikai kutatás igen magas színvonalon állt, a matematika alkalmazásaival kevesen és keveset foglalkoztak. Megemlítendő azonban Csillag Pál, Grünwald Géza és Jordan Károly úttörő tevékenysége, továbbá a biztosítási matematika relatíve magas színvonala. A felszabadulás után 1949—1950-ben indult meg erőteljesebb fejlődés e téren, ami azóta is töretlenül tart. Ma már elmondhatjuk, hogy megszűnt az a kirívó lemaradás és aránytalanság, ami e téren fennállt. Főként az MTA Matematikai Kutató Intézete végzett eredményes munkát a matematika alkalmazásai terén. Ennek során számos, nemzetközi viszonylatban is számottevő eredmény jött létre. Ez annál is figyelemre méltóbb, mert a matematikusoknak e munkájuk során meg kellett küzdeni a legkülönbözőbb területek szakembereinek a matematikai módszerektől, különösen az újabb módszerektől való húzódozásával, és a maradi nézetek legyőzése érdekében folytatott propagandamunkájuk igen sok energiát emésztett fel. Az elért eredmények értékelésénél figyelembe kell venni, hogy a kezdeményezés az esetek többségében a matematikusoktól indult ki: ezt figyelembe véve még a szerényebb eredmények is elismerést érdemelnek. Az elért eredményekkel azonban semmiképp sem lehetünk megelégedve, különösen, mivel a szükségletek évről évre nőnek. Feltétlenül törekedni kell a matematika alkalmazása terén folyó munka minden kategóriájában a színvonal további emelésére, a munka lényegesen szélesebb körre való kiterjesztésére és a fejlődés minden rendelkezésre álló eszközzel való meggyorsítására. Ha ugyanis ezt nem tesszük meg és megállunk az elért színvonalon, ezáltal elmaradunk a tudomány fejlődése és az igények és lehetőségek gyors megnövekedése mögött.

8. A 6. pontban felsorolt ötféle tevékenységet illetőleg a legfőbb teendők a következők.

Ad A). Korszerűsíteni kell az általános- és középiskolai matematika-oktatás tananyagát és javítani kell az oktatás módszereit. Sajnálattal kell megállapítanunk, hogy ami eddig az iskolai matematikaoktatás korszerűsítése címén történt, nem tette az oktatást valóban korszerűvé; a végrehajtott reformok messze elmaradtak a követelmények mögött. Az iskolai matematika-oktatást közelebb kell vinni az élethez és a modern tudományhoz és lényegesen meg kell javítani hatékonyságát. Ezt a célt azonban csak úgy lehet elérni, ha az iskolai matematikaoktatás reformjával kapcsolatban szóhoz jutnak a legilletékesebb szakemberek is; ezeknek eddig nagyon kevés lehetőségük volt e kérdéshez hozzászólni és javaslataik legtöbbször nem találtak meghallgatásra.

Ad B) Növelni kell a mérnökök, közgazdászok, agronómusok, orvosok, természettudomány szakos hallgatók stb. egyetemi oktatásában a matematika szerepét, korszerűsíteni kell az anyagot és jobban összehangolni az illető szakképzés igényeivel. El kell érni, hogy az említett egyetemeken a szaktárgyak előadói ne helyezkedjenek arra az álláspontra, hogy „ne tudjanak a hallgatóink több matematikát, mint mi magunk”, hanem a matematikai módszerek felhasználása tekintetében ők maguk is korszerűsítsék oktatási anyagukat. A legtöbb területen — tisztelet a kivételnek — ma ez nem történik meg a kellő mértékben. Továbbképző előadások, tanfolyamok segítségével emelni kell a gyakorlatban dolgozó mérnökök stb. matematikai ismereteit. A matematikai ismeretterjesztő munkát sokkal nagyobb mértékben kell folytatni; ki kell dolgozni a matematikai ismereteknek a dolgozók széles körében való terjesztésére szolgáló legeredményesebb módszereket.

Ad C). Lényegesen meg kell növelni (kb. a jelenleginek kétszeresére) a matematikusképzés kereteit, megindítani a szervezett matematikusképzést az első évtől kezdve Szegeden és Debrecenben is. Megfelelő tájékoztatással be kell vinni a köztudatba, hogy nagyszámú matematikusra van szüksége az országnak; erről a fontos, a fiatalok számára nagy lehetőségeket nyújtó foglalkozási ágról ugyanis ma még sok fiatal és sok szülő nagyon keveset tud. A tudományegyetemeken és a műszaki egyetemeken korszerű számológépekkel felszerelt matematikai laboratóriumokat kell létesíteni. A matematikusképzésben még nagyobb súlyt kell fektetni arra, hogy a hallgatók lelkesedését a matematika alkalmazásai iránt felkeltsük; állandóan korszerűsíteni kell a tananyagot és az oktatást közelebb kell hozni a gyakorlathoz.

Meg kell szüntetni a számológépek területén fennálló súlyos lemaradásunkat. A következő 5 év alatt lényegesen (kb. a jelenleginek 5—10-szeresére) kell növelni az ország számológépkapacitását, meg kell szervezni a számológépeknek a szükségletnek megfelelő, tervszerű elosztását és kihasználását és a káderutánpótlást, és meg kell indítani a szervezett számológépkutatást stb. (E kérdésekre vonatkozólag a Matematikai Bizottság már konkrét javaslatokat tett.)

Ad D) és E). A Matematikai Kutató Intézetnek arra kell törekednie, hogy a matematika alkalmazásai terén végzett munkájának súlypontját egyre inkább a magasabbrendű, D) és E) típusú tevékenységre helyezze át, mégpedig abban az ütemben, ahogy az üzemekben, tervező- és kutatóintézetekben elhelyezett matematikusok a C) típusú rutinfeladatok elvégzését át tudják venni. Emelni kell a Számítástechnikai Központban a matematika alkalmazá-

sai terén végzett munka színvonalát is. Szegeden és Debrecenben önálló matematikai kutatóintézeteket, ill. kutatócsoportokat kell létrehozni, amelyek a budapesti intézethez hasonló tevékenységet fejtenek ki a matematika alkalmazásai terén is. A Matematikai Kutató Intézetnek elsősorban arra kell törekednie, hogy a matematikai módszerek felhasználását igénylő, önálló úttörő munkát végző gyakorlati szakemberekkel, más tudományok alkotó tudósai-val való tartós együttműködést alakítson ki. Törekedni kell arra, hogy az Intézet a rendelkezésére álló erőket a gyakorlati és tudományos szempontból legjelentősebb problémákra koncentrálja, megszüntetve az erők szétforgácsolódását. Törekedni kell arra, hogy a matematika alkalmazásai terén végzett munkába azon kutatók közül, akik eddig csak elméleti problémákkal foglalkoztak, minél többen bekapcsolódjanak. Növelni kell a Matematikai Kutató Intézet kutatóinak létszámát, hogy a megnövekedett feladatokat el tudja látni, a létszám növelésénél a matematika alkalmazásaival rendszeresen foglalkozó osztályokat előnyben kell részesíteni. Nem szabad azonban a szűk praktícizmus hibájába esni, és a ma még az alkalmazások terén kisebb szerepet játszó, de elméleti szempontból jelentős irányzatok fejlesztését sem szabad elhanyagolni.

A Matematikai Kutató Intézet régóta aktuális számológépigényét 1963-ban ki kell elégíteni, mert a géphiány már ma is a legnagyobb akadálya az Intézet által a matematika alkalmazásai terén folytatott munka eredményessége növelésének és színvonala emelésének. Fokozottabban kell törekedni arra, hogy a fiatal kutatók érdeklődését az Intézet a legfontosabb kérdésekre irányítsa, és a jócskán meglevő „fehér foltokat” a magyar matematika térképén a létszám által megengedett mértékben csökkentse, mégpedig elsősorban azokon a területeken, ahol az alkalmazások igényei megkívánják. Törekedni kell a kollektív munkamódszerek fokozottabb kialakítására, a nemzetközi tapasztalatcsere lehetőségeinek nagyobb mértékű kihasználására, és a baráti országokkal, elsősorban a Szovjetunióval való kooperáció tervszerűbbé tételére és kereteinek kiszélesítésére.\*

\* A tézisek alapján tartandó vitát következő számaink egyikében ismertetjük.