

Megjegyzések egyes „megjegyzések”-hez

RÉNYI ALFRÉD

A Magyar Tudomány közölte *Tekse Kálmán* megjegyzéseit¹ „A matematika alkalmazásairól tartandó vita tézisei” című írásomhoz.² E „megjegyzések” (a következőkben a rövidség kedvéért így fogok rájuk hivatkozni), amint azt az alábbiakban részletesen meg fogom mutatni, számos, a tényeknek nem megfelelő, félrevezető megállapítást tartalmaznak. Fennáll az a veszély, hogy a Magyar Tudomány olvasói közül azok, akik nem rendelkeznek részletekbe menő tájékozottsággal a modern matematikát és a hazai matematikai kutatások állását illetően (márpedig ezek vannak többségben), készpénznek vehetik, azt, ami a „megjegyzésekben” áll, és így hamis kép alakul ki bennük a matematika alkalmazásai hazai állapotára vonatkozólag. Tekintve, hogy a közvélemény ilyen alakulásának hazai tudományos életünk fejlődését súlyosan gátló következményei lehetnek, szükségesnek éreztem, hogy a szóban forgó „megjegyzések”-re reflektáljak, annál is inkább, mert az az aggályom, hogy a „megjegyzések”-hez hasonló megnyilvánulások nem kellően tájékozott, jó szándékú embereket idcig-óráig megtéveszthetnek, nem pusztán elméleti feltevés, hanem konkrét tapasztalatokon alapszik. A „megjegyzések” által adott helyzetkép hamis voltának megmutatása mellett azt is céloznak tekintem, hogy rámutassak, milyen vitamódszereket használ a „megjegyzések” szerzője.

A matematikai kutatások hazai helyzete és különösen a matematika alkalmazásainak kérdése hazánkban ma élénk vita tárgyát képezi; ez a vita szükséges, mivel igen nagy tudományos és gyakorlati jelentőségű kérdésekről van szó, amelyekkel kapcsolatban számos megoldatlan probléma áll előttünk. Az e kérdésekről szóban és írásban folyó vita során azonban nemcsak a szóban forgó „megjegyzések”-ben, hanem más megnyilvánulásokban is tapasztalható volt a vitamódszer több-kevesebb mértékben való elfajulása, ha nem is ilyen mértékben. Úgy érzem, hogy csak a vitamódszer gyökeres megváltoztatásával érhetjük el a vita egészségesebb irányba terelését. Munkánk megjavításához, az előttünk álló feladatok megoldásához ugyanis csak a megfontolt és higgadt hangon folyó vita vezethet közelebb; olyan vita, amelynek résztvevői alapos tájékozottsággal és józan ítélőképességgel rendelkeznek, és ezt képesek a vita hevében is megőrizni. Ezen megfontolásból kiindulva az alábbiakban igyekszem mondanivalómat a lehető legtárgyilagosabban kifejtetni.

A „megjegyzések” szerzőjének törekvéseit a következőképpen lehet összefoglalni: 1. Megkísérli elhárítani, hogy a matematika alkalmazásai terén

¹ Magyar Tudomány, 1963. 1. sz. 46—50. l.

² Magyar Tudomány, 1962. 9. sz. 553—559. l.

hazánkban katasztrofális helyzet áll fenn. 2. Ezért a nem létező katasztrófáért a felelősséget a (hazai) matematikusokra hárítja, azzal vádolva őket többek között, hogy lebecsülik a matematika alkalmazásait. 3. Igyekszik elhitetni, hogy a legutóbbi években még a megelőző évekhez képest is súlyos visszaesés történt a matematika alkalmazásai terén. A „megjegyzések” szerzőjének vádjai között szerepelnek még a „provincializmus”, a „helytelen koncepciók”, továbbá a „problémák elkenése”, a „bírálat figyelmen kívül hagyása”, a „szerénytelenség” stb. Ezen, bizonyító erejű tényekkel alá nem támasztott, vádaskodás során a „megjegyzések” szerzője — ha nem is mindenütt nyíltan kimondva, de félreérthetetlen célzásokkal — lényegében engem tesz személy szerint felelőssé az állítólagos katasztrofális helyzetért. A „megjegyzések” szerzője mitológiájában kétségtelenül nekem jutott az ördög szerepe.

Nézzük meg konkrét példákon keresztül, milyen módon próbálja a „megjegyzések” szerzője elérni céljait.

Szóban forgó „tézis”-eimben, amelyeket a Matematikai Bizottság megbízásából az 1962 novemberében tartott ankét részére írtam mint vitaanyagot, szerepel a következő mondat: „A differenciál- és integrálegyenletek, a variációs számítás stb. nagy jelentősége az alkalmazások tekintetében változatlanul fennáll, a matematika ezen ágai a gyakorlati — különösen a műszaki és fizikai — alkalmazások terén ma is igen nagy jelentőséggel bírnak. Tekintettel arra, hogy e témák hazánkban nincsenek még ma sem olyan mértékben művelve, mint ahogy az kívánatos volna (bár a helyzet a felszabadulás előttihez képest lényegesen javult), továbbra is napirendben kell tartani ezen irányzatok hazai művelésének erőteljes fejlesztését.” A „megjegyzések” szerzője mármost mindebből kizárólag a zárójelben álló részt idézi, abból is elhagyva a „bár” szócskát, és azt írja, hogy „a felszabadulás előtti hazai kutatásokhoz pedig legalábbis szerénytelenség lenne hasonlítani” (mármint a mai helyzetet, R. A.) „figyelembevételével, hogy annak idején ezen a területen olyan kiváló matematikusok dolgoztak, mint: Riesz Frigyes, Egerváry Jenő, Szűcs Adolf, Haar Alfréd, Soi A. stb.”. A célzatosan megcsonkított idézéssel a szerző azt a látszatot próbálja kelteni, mintha én a tézisemben semmi teendőt nem látnék a szóban forgó területen és teljesen meg volnék elégedve a helyzettel. A fent idézett teljes szövegből látszik, hogy ez nem igaz. Ugyanakkor az idézet megcsonkításával azt a megállapításomat, hogy a helyzet, ha nem is kielégítő, de a felszabadulás előttihez képest azért javult, úgy próbálja beállítani, mintha ezt a matematika szóban forgó ágaiban folyó elméleti kutatásról mondtam volna, pedig (amint az a teljes szövegből kitűnik) kizárólag a matematika ezen ágainak gyakorlati — műszaki és fizikai stb. alkalmazásaira gondoltam. Mondanivalóm ilyen kiforgatására mutat pl. Riesz Frigyes és Haar Alfréd nevének említése, akik kétségtelenül a XX. század legkiemelkedőbb matematikusai közé tartoztak. Azonban közismert, hogy sem Riesz Frigyes, sem pedig Haar Alfréd soha nem foglalkoztak a matematika gyakorlati alkalmazásaival. A felsoroltak közül a matematika gyakorlati alkalmazásai terén jelentős eredményeket kizárólag Egerváry Jenő ért el, az ő ilyen irányú munkája azonban szinte teljes egészében a felszabadulás utánra esik, és azt jórészt a Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetében fejtette ki. (Csak mellékesen jegyzem meg, hogy Soi A. nevű magyar matematikus nem létezett; a „megjegyzések” szerzője valószínűleg csak hallomásból ismeri Solyi Antal nevét, aki valóban írt egy (elméleti) dolgozatot a variációs számítás tárgyköréből.) Ezzel szemben a felszabadulás óta számos (jórészt fiatal) kutató

végzett nem lebecsülendő eredményes munkát a differenciálegyenletek és általában a „folytonos módszerek” *alkalmazásai* terén. Ebből a példából az olvasó máris ízelítőt kapott a „megjegyzések” szerzőjének egyéni vitamód-szeleiről.

De nézzünk egy másik példát. Fennáll a veszély, hogy a tájékozatlan olvasó messzemenő következtetéseket von le pl. a következő kijelentésből: „Kandidátusi disszertációt nem védtek még meg a matematika alkalmazásainak területén”. (Mármint Magyarországon, R. A.) A tájékozott olvasó viszont meghökken ezen a kijelentésen, hiszen köztudomású, hogy számos értékes kandidátusi disszertációt védtek meg a matematika alkalmazásainak területén. Az első ilyen munka Medgyessy Pálnak a keverék-eloszlások felbontásának a spektroszkópiában, valamint a vér fehérje frakcióinak vizsgálatánál gyakorlati jelentőséggel bíró kérdésére vonatkozó disszertációja, az egyik legújabb Adler Györgynek a hővezetés differenciálegyenletére vonatkozó disszertációja volt. De említhetnék még jó egynéhány további példát akár a matematikai statisztika és valószínűségszámítás, akár pedig a differenciálegyenletek köréből, amely tárgykört a „megjegyzések” szerzője nemlétező ellenségek ellen olyan harciasan véd. Mivel tárgyilagosságra törekszem, igyekeztem rájönni, hogy akkor mégis mit jelenthet a „megjegyzések” szerzőjének idézett megállapítása. Csak azt tudom elképzelni, hogy a „matematika alkalmazásaival foglalkozó dolgozaton” valami egész mást ért, mint a tudományos közvélemény általában. Kétségtelen, hogy „a matematika alkalmazásai”, ill. „alkalmazot matematika” kifejezést sokféleképpen — szűkebben vagy tágabban — lehet értelmezni. A matematika alkalmazásaival kapcsolatban a közelmúltban folytatott viták gyakran azért váltak terméketlenné, mert a vitatkozó felek mindegyike másképpen értelmezte e fogalmakat és így természetesen nem tudtak közös nevezőre jutni. Most is ilyesmiről van szó. Ugyanis egy a matematika alkalmazásaival foglalkozó dolgozat jellegét illetőleg igen sokféle lehet. Én itt csak két típust kívánok megkülönböztetni: a szóban forgó munkák egy része az alkalmazások során felhasználható matematikai apparátust fejleszti tovább vagy legalábbis ezt is teszi, és ilyen módon pusztán *matematikai* szempontból is tartalmaz novumot; más része ugyan nem tartalmaz kifejezetten matematikai jellegű új tudományos eredményt, azonban az ismert módszereket eredményesen használja fel a matematika valamely alkalmazási területén. Vannak azonban, akik olyan szűken értelmezik a matematika alkalmazásainak fogalmát, hogy csak az említett második típusú munkára mondják, hogy az a matematika alkalmazásaival foglalkozik; ha azonban a munka az eredményes alkalmazás érdekében elért új tudományos eredményt tartalmaz, az illető munkát máris „elméleti” munkának nevezik. Itt most elsősorban nem az ilyen szóhasználattal kívánok vitába szállni (bár azt valóban nem tartom célszerűnek), hanem csak azt leszögezni, hogy a „megjegyzések” szerzőjének állítása legfeljebb az ilyen szóhasználat mellett lehetne igaz. Az ugyanis valóban igaz, hogy azok a disszertációk, amelyek megvédésével a jelölt a *matematikai* tudományok kandidátusa címet nyerte el, kivétel nélkül tartalmaztak új matematikai eredményt. Azon disszertációkkal (ilyenek is voltak szép számban), amelyekben számottevő új matematikai eredmény ugyan nem volt, de a matematikai módszerek alkalmazásával a szerző valamely más tudományt vitt előre, mint pl. a műszaki tudományok egyikét, a fizikát, a kémiát, az orvostudományt, a közgazdaságtant stb., a szerzők az illető tudományból nyertek kandidátusi fokozatot. Véleményem szerint ez így rendjén is van.

A „megjegyzések”-ben a szóban forgó állítás mármost azt a célt szolgálja, hogy alátámassza azt a vádat, hogy a matematikusok lebecsülik az alkalmazásokat, ill. hogy súlyos lemaradás van nálunk ezen a vonalon. Ha azonban az az állítás, hogy „kandidátusi disszertációt nem védtek még meg a matematika alkalmazásai területén”, úgy értendő, hogy eddig olyan disszertációval, amely új matematikai tudományos eredményt nem tartalmaz, nem nyerte el senki a matematikai tudományok kandidátusa címet, akkor ebből nemcsak, hogy nem lehet olyan következtetéseket levonni, mint azt a szerző teszi, hanem ez csak azt mutatja, hogy a matematikai disszertációk színvonala megfelelő. Kétségtelen, hogy a kérdésnek vannak más oldalai is: a matematika alkalmazásairól tartott ankéten például felvetették azt a problémát, hogy ha valaki a matematika gyakorlati alkalmazásaival foglalkozik, nem tudhatja előre, hogy a szóban forgó gyakorlati probléma megoldásához szükség van-e a felhasználásra kerülő matematikai módszerek továbbfejlesztésére vagy elégsek-e az ismert módszerek, és utóbbi esetben, bármilyen hasznos is a munkája a gyakorlat szempontjából, munkája nem alkalmas arra, hogy azzal megszerezze a matematikai tudományok kandidátusa címet. Egyesek azt a feltevést kockáztatták meg, hogy egyes fiatal kutatók talán emiatt foglalkoznak szívesebben elméleti témával. Mint az ankéten többen is kifejtették, ha egy munka ugyan gyakorlatilag értékes, azonban semmilyen új tudományos eredményt nem tartalmaz, akkor persze gyakorlati értékének megfelelő erkölcsi és anyagi elismerésben kell részesíteni, de erre nem a kandidátusi fokozat a megfelelő mód. Kandidátusi fokozatot nyilvánvalóan csak új tudományos eredményért lehet adni. Megnyugtathatom azonban Tekse Kálmánt, hogy az eddigi gyakorlatnak megfelelően a jövőben is az lesz a helyzet, hogy ha valaki megfelelő színvonalú, új tudományos eredményt tartalmazó matematikai kandidátusi disszertációt nyújt be és az a matematikai alkalmazásaival kapcsolatos, ezt a körülményt az összes illetékesek feltétlenül mint pozitívumot fogják figyelembe venni disszertációjának elbírálásánál.

Mint a fentiekből kitűnt, a „megjegyzések” szerzője a kandidátusi disszertációkkal kapcsolatban a matematika alkalmazásai fogalmát a szokásosnál jóval szűkebben értelmezte. Bár az ilyen szűk értelmezést nem tartom célszerűnek, de ha már egyszer valaki erre az álláspontra helyezkedik, akkor legalább legyen konzekvens. A „megjegyzések” szerzője azonban két oldallal később, amikor céljainak ez jobban felel meg, a matematika alkalmazásai fogalmát szemrebbenés nélkül az elképzelhető legtágabb módon értelmezi, amikor bírálja, hogy téziseimben nem szóltam külön a funkcionálanalízisről, pedig az „a matematika alkalmazásai szempontjából legfontosabb fejezeteinek egyike”. Amit a cikk a funkcionálanalízis jelentőségéről ír, azzal persze mindenki egyetérthet, pl. azzal, hogy „eszméi mélyen áthatják a matematika legkülönbözőbb ágait”. Valóban, a funkcionálanalízis, amely a matematika három klasszikus fő fejezete — az analízis, a geometria és az algebra — jelentős részének magasabb síkon való szintézisét jelenti, a modern matematika egyik legjelentősebb és egyben legelvonatabb ága, amely úgy jellemezhető, hogy a végtelen sok dimenziós terek vizsgálatával foglalkozik, és amely éppen azért, hogy az absztrakció magasabb fokára lépett (és nem „ennek ellenére”, mint egyesek hiszik), nemcsak a matematika számos fejezetét termékenyítette meg új gondolatokkal és új szemlélettel, és nemcsak közvetve került alkalmazásra, pl. az integrálegegyenletek elméletén vagy a valószínűségszámításon keresztül, hanem közvetlenül is alkalmazásra talált pl. a kvantummechanikában. A funkcionál-

analízisre is gondoltam, amikor szóban forgó téziseimben a következőket írtam: „A matematikának nincsen olyan lényeges ága vagy iránya, amelynek egyes eredményei vagy módszerei nemcsak közvetve, hanem közvetlenül is ne kerültek volna máris felhasználásra vagy a termelésben (ill. a társadalom életének más területein), vagy a technikában, vagy a természet- és társadalomtudományokban.” Kétségtelen, hogy a funkcionálanalízist külön nem említettem meg, bár ez helyénvaló lett volna és az idézett mondat után mint példa egyenesen oda kíváncskozott. Azonban jellemző a „megjegyzések” szerzőjének vitamódszerére, hogy azt, hogy a funkcionálanalízist nem említem külön, úgy kommentálja, hogy ez „*legalábbis* (kiemelés tőlem) helytelen koncepciókat takar”.

Nézzük, mivel támasztja alá a „megjegyzések” szerzője azt a véleményét, hogy a matematika alkalmazásai terén állítólag az utóbbi években még az azt megelőző időszakhoz képest is visszaesés történt. Ennek a súlyos vádnak az alátámasztására a következőket írja: „És bár 1953-ban azt írtuk,” hogy „a magyar matematikusok . . . a tudomány és gyakorlat egységének megvalósítására törekednek a matematika terén”, a későbbiek során mégis csökkent a matematika nem sablonmunkát jelentő alkalmazásaival foglalkozó dolgozatok aránya. (Volt, akinél 1957—60 között a korábbi időszakhoz képest közel egynegyedére).” Az, hogy a matematika alkalmazásaival foglalkozó dolgozatok száma általában csökkent volna, nem igaz. Nézzük, mi az igazság? A Magyar Tudományos Akadémia Alkalmazott Matematikai Intézete 1955-ben történt átszervezése óta az intézetet a Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének hívják. Ez a névváltoztatás az Intézet feladatainak kibővülését tükrözi, azt, hogy az Intézetnek azóta feladata egyrészt alapvető kutatások végzése a matematika terén, másrészt a matematika gyakorlati alkalmazásainak művelése. Tömören összefoglalva, az Intézet átszervezése és ezzel járó névváltoztatása annak a teljesen nyilvánvaló (de gyakran szem elől tévesztett) igazságnak a jegyében történt, hogy ahhoz, hogy valaki a matematikát igazán eredményesen alkalmazni tudja, legelőször is az szükséges, hogy valóban mélyrehatóan értsen is hozzá. Ennek megfelelően az Intézet folyóiratának jellege is megváltozott, egyrészt évkönyvből rendszeresen megjelenő, nemzetközileg elismert folyóirattá alakult, amelybe neves külföldi matematikusok is szívesen közlik munkáikat, másrészt míg régebben a „Magyar Tudományos Akadémia Alkalmazott Matematikai Intézetének Közleményei” kizárólag a matematika alkalmazásaival foglalkozó dolgozatokat közöltek, az 1955 óta megjelenő „A Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei” jórészt ugyan továbbra is a matematika alkalmazásaival foglalkozó munkákat közölnek, de — az Intézetben folyó munkát tükrözve — közölnek elméleti jellegű dolgozatokat is; azonban ezek túlnyomó része is a matematikának a gyakorlati alkalmazásokkal szoros kapcsolatban álló fejezeteivel foglalkoznak.

Legyen szabad idéznem a Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézete Közleményei 1. kötetének előszavát:

„Az Intézet átszervezését és azzal együttjáró névváltoztatását az Intézet feladatkörének kibővítése tette szükségessé, amelynek eredményeképpen az Intézet ma már nemcsak a matematika gyakorlati alkalmazásával, hanem általában a matematika és annak alkalmazásai művelésével és fejlesztésével foglalkozik. Az Intézet átszervezése tehát a legcsekélyebb mértékben sem jelenti azt, hogy az Intézet a matematika gyakorlati alkalmazásaitól elfordult volna. Éppen ellenkezőleg: az átszervezés a matematika gyakorlati alkalmazás-

zásaira irányuló, az Intézetben folyó munka színvonalának felemelését is szolgálja. A matematika gyakorlati alkalmazásainak sikere ugyanis nem kis részben a matematika fejlődésétől függ. Azáltal, hogy Intézetünk az átszervezés után az elméleti kutatómunkának nagyobb teret biztosít, ezzel a matematika gyakorlati alkalmazásainak jövőbeli új lehetőségeit is megteremti. Természetesen az elméleti kutatásoknak a gyakorlati alkalmazásokra gyakorolt megtermékenyítő hatásának érvényesülését nem bízhatjuk pusztán a spontán fejlődésre, hanem igyekeznünk kell ezt elősegíteni. E célból kívánatos, hogy az elméleti kutatómunkával foglalkozó matematikusok is kapcsolatba kerüljenek a matematika gyakorlati alkalmazásaival, a gyakorlati alkalmazásokkal foglalkozó matematikusok pedig megismerkedjenek a matematika legújabb kutatási irányjaival. Minderre bő lehetőséget nyújt, ha mind a két irányt ugyanabban az intézetben művelik." Majd így folytatódik az előszó; „Az Intézet Közleményei — bár címéből az „alkalmazott” jelző elmaradt — továbbra is elsősorban a matematika gyakorlati alkalmazásaival foglalkozó vagy azokkal kapcsolatos dolgozatokat fog közölni. E célkitűzést természetesen nem kívánjuk mereven érvényesíteni, és szándékunk elméleti jellegű dolgozatoknak is helyt adni a Közleményeinkben, különösen olyanoknak, melyek az alkalmazásokkal kapcsolatban felmerült elvi problémákat tárgyalnak.” Aki átfutja az Intézet Közleményeinek eddig megjelent 7 kötetét, meggyőződhet arról, hogy ehhez a programhoz tartottuk magunkat.

Szóval így állunk az alkalmazásokkal foglalkozó dolgozatok számának csökkenésével *általában*. De mit jelent az a kitétel, hogy „volt akinél 1957—60 között a korábbi időszakhoz képest közel egynegyedére csökkent” (mármint az alkalmazásokkal foglalkozó dolgozatok „aránya” (?)). Kinek a munkáit számolgatja a „megjegyzések” szerzője, és mit mivel állít arányba? Bár elvileg ellene vagyok annak, hogy tudományos munkákat akár darabszámra, akár dekára számolgassunk, mint szatócs a káposztafejeket, azon elhatározástól vezetve, hogy a szóban forgó cikkeknek még a teljesen megalapozatlannak tűnő megállapításainál is igyekszem tárgyilagosan megvizsgálni, hogy van-e bármi reális alapjuk, megnéztem a kérdést közelebbről. Tekintve, hogy legjobban mégiscsak saját dolgozataimat ismerem, és mivel egy előző vitában e vonatkozásban az én munkám is szóba került, saját dolgozataimmal kezdtem és megpróbáltam — az ilyenfajta „skatulyázás” iránti ellenszenvemet félretéve — osztályozni őket abból a szempontból, hogy melyek foglalkoznak a matematika „nem sablonmunkát jelentő alkalmazásaival”. Mivel olyan dolgozatot, amely a matematika „sablonmunkát jelentő alkalmazásaival” foglalkoznék, nem publikáltam, próbáltam dolgozataimat aszerint csoportosítani, hogy melyek foglalkoznak a matematika alkalmazásaival és melyek nem. Itt megint beleütköztem abba a már említett nehézségbe, hogy a határt sokféleképpen lehet megvonni. Hogyan minősítsem például az információelmélettel, a matematika alkalmazásai egyik legmodernebb és igen fontos irányával foglalkozó, ezen elmélet alapjaira vonatkozó dolgozataimat (éppen a szóban forgó második időszakban megjelent munkáim közül számos dolgozat ezzel a témával foglalkozik)?

Alapos mérlegelés után a következő eredményekre jutottam. 1953—1956 között, tehát négy év alatt összesen 30 tudományos dolgozatom jelent meg, ezek közül 16 foglalkozik olyan matematikai problémákkal, amelyek a matematika alkalmazásaival kapcsolatosak; utóbbiak közül 3 foglalkozik a matematikai módszerek konkrét gyakorlati alkalmazásával. 1957—60 közt, tehát

a következő négyéves periódusban 50 tudományos dolgozatom jelent meg, ezek közül 24 foglalkozik olyan matematikai problémákkal, amelyek a matematika alkalmazásaival kapcsolatosak, utóbbiak közül ismét 3 foglalkozik a matematikai módszerek konkrét gyakorlati alkalmazásával. (Konkrét gyakorlati alkalmazásokkal foglalkozó munkának dolgozataim közül kizárólag azokat nevezem, amelyek olyan problémákkal foglalkoznak, amelyek megoldására a Matematikai Kutató Intézet pl. egy üzemtől, egy kutatóintézettől, az Országos Tervhivataltól stb. megbízást kapott.) Fenti adatok összeállításánál a két négyéves periódust illetően szigorúan ugyanazon elvek szerint osztályoztam dolgozataimat, hiszen ha van bármi értelme is az ilyen osztályozásnak, akkor csak ilyen módszer mellett. Persze, ha valaki a szóban forgó két periódus közül az elsőben tágabban, a másodikban szűkebben értelmezi a „matematika alkalmazásaival foglalkozó” dolgozatok fogalmát, akkor, még a fenti adatokból is szinte bármilyen „arányt” kihozhat. Ez persze olyan, mint amikor a szatócs másképpen méricskél, amikor vesz, mint amikor elad. Hozzá kell tennem, hogy a saját dolgozataim osztályozása esetében az a veszély sem állt fenn, hogy a dolgozatokat pusztán címük alapján tévesen osztályozom; elképzelhetőnek tartom azonban, hogy amikor valaki mások dolgozatait „skatulyázza”, ebbe a hibába is beleeshet.

Még néhány más matematikus munkáit is átnéztem a szóban forgó szempontból, de egyiknél sem észleltem az alkalmazásokkal foglalkozó dolgozatok számának lényeges csökkenését, emelkedést azonban annál többen tapasztaltam, különösen, mivel sok tehetséges fiatal matematikusunk van, aki 1957 után kezdett publikálni. Mindebből azt a tanulságot szűrtem le, hogy a szóban forgó megjegyzésnek semmilyen tárgyi alapja nincsen: vagy téves módszerrel számolt a szerző, vagy olyan különleges, elszigetelt esetet választott ki, amely semmiképpen nem az általános helyzetet jellemzi. Persze az ilyen méricskélésnek értelmetlenségét legjobban az mutatja, hogy ennél legjobban az jár, aki sem az egyik, sem a másik vizsgált periódusban nem publikált semmit: annál biztosan nem állapíthat meg senki semmiféle „visszaesést”.

A kérdéssel azért foglalkozom ilyen részletesen, mert a dolgozatok számára vonatkozó megjegyzés az *egyetlen* „bizonyíték”, amit a szerző amellett felhoz, hogy a matematika alkalmazásai terén visszaesés történt az utolsó években. Nem volna helyesebb, ha a szerző kevésbé merészen vonna le következtetéseket?

Végül még két kérdésre kívánok reflektálni. Az egyik a dogmatizmus kérdése. Téziseimben rámutattam arra, hogy a matematikai módszerek felhasználását számos területen akadályozták még nemrég is dogmatikus előítéletek, maradi nézetek. Elsősorban arra a helytelen nézetre gondoltam, amely ellen az Alkalmazott Matematikai Intézet, majd később a Matematikai Kutató Intézet megszakítás nélkül (bár eleinte kevés eredménnyel) harcolt; — arra a nézetre, hogy a matematika csak az élettelen természet leírására használható fel. Ennek az elavult nézetnek a képviselői elutasítják a matematikának a biológiai tudományokban, a közgazdaságban és általában a társadalomtudományokban való alkalmazását. A dogmatizmus káros hatására vonatkozó megállapításommal az anket erre a kérdésre reflektáló résztvevői — a „megjegyzések” szerzője kivételével — egyetértettek, sőt arra is rámutattak, hogy bár ma a dogmatizmus elleni harcot összehasonlíthatatlanul kedvezőbb körülmények között folytathatjuk, mint egy évtized előtt, azért ez ma sem veszítette el aktualitását, mivel *egyes* emberek tudatában az említett maradi előítéletek

még ma is élnek és hatnak. Ezzel szemben a „megjegyzések” szerzője egyrészt elbagatellizálja a dogmatikus előítéletek okozta kárt, pl. olyan módon, hogy (talán csak szakmai tájékozatlanságból) összekeveri az orvosi, biológiai kísérletek statisztikai értékelését a valószínűségszámításnak maguknak az életjelenségeknek a leírására való felhasználásával (pl. a genetikában), amikor azzal érvel, hogy az Alkalmazott Matematikai Intézet a dogmatikus nézetek virágzása idején is foglalkozott már, mégpedig igen aktívan, biometriai problémákkal. Pedig a kettő között lényeges különbség van, főleg abban a tekintetben, hogy a matematikai módszerek felhasználását elítélő dogmatikus felfogás legvehemensebben a matematikai módszerek genetikai alkalmazása ellen irányult, és e gócpontból csak gyengébb mértékben sugárzott ki a biometria más ágaira és így utóbbiakban könnyebben tudtuk az ellenállást legyőzni. Másrészt azon erőlködik a „megjegyzések” szerzője, hogy kimutassa, hogy ha gátolták is dogmatikus nézetek a matematika bizonyos területeken, pl. közgazdasági kérdésekre való alkalmazását, úgy ezért maguk a matematikusok és elsősorban én magam vagyok felelős. Ezt azzal igyekszik bizonyítani, hogy idéz egy mondatot Jordan Károly 80-adik születésnapján tartott beszédéből, amelyben megállapítom, hogy Jordan Károly trendszámításra vonatkozó dolgozatainak „matematikai része ugyan vitán felül áll, azonban közgazdasági alkalmazásai igen problematikusak”. Márpedig ez valóban így van. Az említett előadás fő mondanivalóját illetően először is legyen szabad idéznem az előadást összefoglaló egyik záró mondatot: „Jordan Károly matematikai munkássága sokkal nagyobb megbecsülést érdemel, mint amiben a felszabadulás előtt része volt. Amikor ma összegyűltünk, hogy megünnepeljük Jordan Károly 80-ik születésnapját és ebből az alkalomból munkásságának jelentőségével foglalkozzunk, nemcsak kedves kötelességet teljesítünk, hanem a múlt mulasztásait is igyekszünk pótolni.” De annak ellenére, hogy Jordan Károly tudományos munkássága jelentőségének kidomborítása volt előadásom célja és fő tartalma, szóban forgó dolgozatairól mégsem írhattam mást, mint amit írtam, mégpedig éppen a matematika közgazdasági alkalmazásait gátló dogmatikus előítéletek elleni harc érdekében tettem meg az idézett megjegyzést. Hogy megértessem, miről is van szó, fel kell, hogy elevenítsem az akkori viták lényegét. A matematikusok (köztük nem utolsó sorban magam is) azzal érveltek, hogy a gazdasági élet bonyolult jelenségeinek mélyreható számszerű, matematikai elemzése nélkül e jelenségek teljes megértése nem lehetséges és a matematikai módszerek alkalmazása, a leggazdaságosabb megoldások megkeresése alapvető jelentőségű a tervgazdálkodásban. Elsősorban a modern matematikai eljárások, mint pl. a lineáris programozás és a valószínűségszámítási módszerek alkalmazásának közgazdasági jelentőségét próbáltuk megértetni. Ezzel azt vetették szembe, hogy a matematikusok leegyszerűsített önkényes és a valóságtól idegen sémákat próbálnak rákényszeríteni a gazdasági élet reális jelenségeire, és nem törődnek azzal, hogy mi köze modelljeiknek a valósághoz. Példaként legtöbbször éppen a trendszámításra hivatkoztak, mint amely gyakran vezet közgazdaságilag abszurd következtetésekre. Erre azt válaszoltuk, hogy a trendszámítás hasznos és jó módszer, amelyet azonban, mint bármely más matematikai eljárást, lehet helyesen és lehet helytelenül alkalmazni. A trendszámítás abban áll, hogy pl. egy gazdasági idősor (Jordan dolgozatában példaképpen Szászország teljes évi jövedelme szerepel az 1901—1909 években) adatait egy megadott típusú függvényvel (pl. előírt fokszámú polinommal) a legkisebb négyzetek módszere szerint közelítik. A hibát ott szokták elkövetni, amikor a

közelítő függvény alapján a jövőre nézve extrapolálnak, ugyanis a közelítő függvénynek a megfigyelési időtartamon kívül való viselkedése erősen függ attól, hogy mely függvényosztályból választottuk ki a legjobban közelítő függvényt (pl. milyen fokszámú polinomok közül) és e függvényosztály megválasztása bizonyos mértékig önkényes. A trendszámítás formális, nem kellő körültekintéssel való alkalmazása sok közgazdász szemében lejáratta a matematikai módszerek hitelét és az említett vitákban éppen a trendszámítás iránti bizalmatlanságukra való hivatkozással zárkóztak el általában a matematikai módszerek alkalmazása elől. Ezért tartottuk szükségesnek, hogy a trendszámítás alkalmazásának problematikus voltát magunk is hangsúlyozzuk. Jordan említett dolgozatában³ mármint az 1930 körül divatba jött „konjunktúrakutatásban” sokat alkalmazott trendszámításnak kizárólag a számítástechnikai vonatkozásaival foglalkozott és a használatos eljárásnál jobb eljárást adott meg, így pusztán matematikai szempontból munkája kétségtelenül értékes. Azonban többre ő nem is törekedett: nem tekintette feladatának, hogy megvizsgálja, hogy ezen módszerek közgazdasági alkalmazása hol helyénvaló és éppen ezért nem is hívta fel a figyelmet arra, hogy milyen körültekintéssel kell a módszert használni. Az általam tett bíráló megjegyzés viszont, amely csak a trendszámítás kritikátlan alkalmazása által fellépő hibalehetőségre utalt, nemhogy a szerző vádjait támasztaná alá, hanem éppen ellenkezőleg, az akkoriban a dogmatikus nézetekkel szemben, a matematika modern módszereinek közgazdasági alkalmazásai érdekében folytatott vitánkat idézi fel.⁴

A „megjegyzések”-nek még csak egyetlen megállapítására kívánok kitérni. Azt állítja a szerző, hogy „a gyakorlat szülte problémák termékenyítő hatása néhány esetben csak fáziskéséssel vált érezhetővé matematikánkban”. Ennek „bizonyítékául” megint csak egy olyan példát választ, amiből állításának legfeljebb az ellenkezőjét lehet alátámasztani. Azt írja: „Így jártunk pl. az ún. disztribúció-függvények elméletével is. Néhány évvel ezelőtt még azon »derültünk«, hogy a »fizikusok« olyan kezdetleges, megalapozatlan eszközökkel operálnak, mint a Dirac-féle δ -függvények (ezáltal fiatal matematikusoknak kedvét véve többek között a fizikai alkalmazásoktól), pedig külföldön akkor már elsöprő sikereit aratta az általánosított függvények elmélete.” Mit akar a szerző ezzel a homályos mondattal a tájékozatlan olvasóval elhitetni? Ugy gondolom, a következőket: 1. hogy a magyar matematikusok — legalábbis egy ideig — értetlenül álltak a disztribúcióelmélettel szemben; 2. hogy a matematikusok bizalmatlansága a szabatosan meg nem alapozott módszerekkel szemben nem indokolt; 3. hogy a fiatal matematikusokat a fizikai alkalmazásoktól elriasztja az, hogy a matematikai precizitás igényére nevelik őket.

³ JORDÁN K.: A trendvonal kiszámítása a legkisebb négyzetek elmélete alapján. Országos Gazdaságstatisztikai és Konjunktúrakutató Bizottság Közleményei, 1. sz. Bp. 1930. 148. l.

⁴ Megjegyzem, hogy az Alkalmazott Matematikai Intézet Közleményeinek 2. kötete, amely éppen akkoriban került sajtó alá, amikor Jordan Károly munkásságáról a szóban forgó előadást tartottam, egyrészt két olyan dolgozatot is tartalmaz, amely egy közgazdasági problémát (a raktárkészlet pótlását) tárgyal matematikai módszerekkel (melyek akkor még nem találtak visszhangra), másrészt e kötet előszavában a következőket írtam: „Egy másik terület, ahol még ma is tapasztalható húzódozás a matematikai módszerek felhasználásától: a közgazdaságtudomány. Pedig e téren a matematikai módszerek felhasználásának igen nagy jelentősége volna.”

Az igazság mindennek szöges ellentéte. A disztribúcióelmélet megalkotásához (a „disztribúció-függvények” elnevezés nem használatos) L. Sz. Szoboljev és L. Schwartz éppen azért jutottak el, hogy nem nyugodtak bele abba, hogy a fizikában és a műszaki gyakorlatban olyan függvényekkel dolgoznak, amelyeknek szabatos matematikai értelmet ő előttük senki sem adott. Az volt a meggyőződésük, hogy mivel ezeknek a közönséges értelemben nem is létező függvényeknek a formális használatával kézzelfogható helyes eredményeket lehetett kapni pl. a kvantummechanikában, nyilván lehetséges a függvényfogalom olyan matematikailag megalapozott általánosítását megadni, amely segítségével az említett heurisztikus megfontolások szilárd alapra helyezhetők, és amelyek révén el lehet dönteni, hogy e módszerek mikor vezetnek helyes eredményre és mikor nem. A függvényfogalomnak ezt az általánosítását sikerült is (egymástól függetlenül) megalkotniuk. A disztribúcióelméletnek számos fontos alkalmazását is találták a matematika olyan ágaiban is, ahol e módszerek azelőtt még heurisztikus módszerként sem voltak használatosak. A matematika ezen új és jelentős fejezetének megszületését a matematikusok nálunk ugyanúgy, mint mindenütt a világon, nemcsak érdeklődéssel, hanem egyenesen lelkesedéssel fogadták. Még emlékszem, hogy L. Schwartz első jelentős eredményeiről először Turán Páltól hallottam, aki ezek hírért Amerikából hozta 1948-ban még megjelenésük előtt. Úgy látom, a „megjegyzések” szerzője nem látja világosan, hogy miről van szó. Nem érti meg, hogy a disztribúcióelmélet jelentőségének felismerése és a matematikailag megalapozatlan heurisztikus módszerek bírálata egy és ugyanaz a dolog. Ha bárki a matematikusok közül a matematikai pongyolaságot, a megalapozatlan eljárások kritikátlan használatát vagy a matematikai precizitás lebecsülését bírálja, ezzel nemhogy elvenné értelmes fiatal matematikusok kedvét a fizikai alkalmazásoktól, hanem éppen ellenkezőleg, ezzel felhívja figyelmüket arra, hogy milyen sok teendő vár a matematikusokra a gyakorlatból felmerült, de kellően még meg nem alapozott eljárások szilárd alapra helyezése tekintetében. A disztribúcióelmélet ez irányú teljesítményei e tekintetben valóban követendő például szolgálhatnak. Legyen szabad ezzel kapcsolatban idéznem egy mondatot „A valószínűségszámítás új axiomatikus felépítése” c. dolgozatomból (MTA III. O. Közl. 4 (1954) 370—371. o.): „A szóbanforgó — valójában értelmetlen — nem normálható eloszlások segítségével bizonyos feltételes valószínűségekre teljesen ésszerű — fizikai alkalmazásokban a tapasztalatokkal meg egyező — értékeket nyernek. Ez az oka annak, hogy ilyen nem létező eloszlásokat használnak és így felmerül annak a szükségessége, hogy a valószínűségszámítás elméletét oly módon fejlesszük tovább, hogy az említett számítások jogosságát (ahol az valóban fennáll) meg tudjuk alapozni. Jelen dolgozat kísérletet jelent ebben az irányban..” Ehhez még lábjegyzetként a következőket fűztem hozzá (uo. 371. o.): „Többször előfordult a matematika történetében, hogy matematikailag nem szabatos eljárásoknak, melyek a fizikában beváltak, a jogosult voltát egy új matematikai elmélet kidolgozásával sikerült kimutatni. Ezt tette pl. L. Schwartz a Dirac-féle δ -függvényről.” De nem én vagyok az egyedüli a hazai matematikusok között, aki a disztribúcióelméletet kezdettől fogva nem hogy előítélettel fogadta volna, hanem követendő példaképnek tekintette, mégpedig nemcsak szavakban, hanem a tényleges munkájában is. Ezzel szemben senkiről nem tudok sem a magyar, sem a külföldi matematikusok közül, aki a disztribúcióelméletet előítélettel fogadta volna. A mondottakból látható, hogy a disztribúcióelméletre való

utalás a „megjegyzések” szerzője állításainak igazolására ugyanúgy nem alkalmas, mint a többi példa, amit felhozott.

Magam részéről még csak egy megjegyzést kívánok tenni. A matematikában már több mint kétezer éve kialakult az a tradíció, hogy a matematikusok igyekeznek a matematikában használt fogalmakat teljes egyértelműséggel, félreérthetetlen módon definiálni és állításaikat szabatosan bebizonyítani. Úgy látom, ahhoz, hogy a matematika alkalmazásairól folyó viták valóban előbbre vigyék ezt a fontos és közérdekű ügyet, arra volna elsősorban szükség, hogy e viták résztvevői törekedjenek arra, hogy — amennyire ez csak lehetséges — a matematikáról folyó vitákban is igyekezzenek hasonló módszert követni, mint ami a matematikában szokásos. Ha ugyanis a viták hangjának elfajulása folytatódna és e vitákban a meddő szócséplés, a személyeskedés, a demagógia válnék uralkodóvá, ez nemcsak, hogy nem járulna hozzá a teendők tisztázásához és a fejlődés meggyorsításához, hanem ellenkezőleg, gátolná azt, mert csak elvonná a matematikusokat valódi feladataiktól, a matematika és annak alkalmazásai terén végzendő munkájuktól.*

Hozzászólás

Kósa András „Ankét a matematika alkalmazásáról” című cikkéhez¹

CSÁSZÁR ÁKOS

A címben idézett cikk szerzője — legalábbis cikkének címéből és abból a tényből, hogy az ankéton elhangzott számos hozzászólás egy-egy részletét változtatás és átfogalmazás nélkül, stilisztikai pongyolaságaikkal együtt idézi, erre lehet következtetni — objektív képet kíván adni a szóban forgó ankét lefolyásáról. Éppen ezért úgy érzem, foglalkoznom kell az említett cikk egyik mondatával, amely — véleményem szerint — legfeljebb a cikk szerzőjének egyéni nézetét tükrözi, nem pedig a tényeket.

Az említett mondat a következő: „Közben megváltozott az egyetemen a szak (ti. az alkalmazott matematikus szak Cs. Á.) neve, s mikor tárgyakat kellett elhagyni, a parciális differenciálegyenletek és a variációszámítás maradt el (az esti tagozaton, ahol a név nem változott, ezek a tárgyak is megmaradtak).”²

Ez a mondat a körülményekkel nem ismerős olvasóban azt a látszatot kelti, hogy az egyetemi matematika-oktatásban a matematika alkalmazásai-ban fontos szerepet játszó tárgykörök, legalábbis a nappali tagozaton, valamikor (a szerző által közelebbről meg nem határozott időben) háttérbe szorul-

* Anélkül, hogy a szóban forgó kérdések érdemében máris állást foglalni, és ezáltal a további vitát elvágni kívánnánk, a szerkesztőség a vita hangnemére nézve felállított elvi követelménnyel egyetért és kívánatosnak tartja, hogy a jövőben *valamennyi* hozzászóló ezt tartsa szem előtt. Fortiter in re, suaviter in modo.

¹ Magyar Tudomány, 1963. 1. szám, 37—45 l.

² I. h. 38. l.