

KEREKASZTAL-KONFERENCIA SZOVJET MATEMATIKUSOKKAL*

Riporter: RÉNYI ALFRÉD

Riporter: Első kérdésem a következő: Melyek a szovjet matematika legfontosabb sajátos vonásai? E kérdés természetesen úgy értendő — mivel matematika persze csak egy van —, hogy azokról az *elvekről* szeretnénk hallani, amelyek a szovjet matematikusokat kutatómunkájukban vezetik, azokról a *munkamódszerekről*, amelyek a szovjet matematikusok tevékenységére jellemzőek.

P. Sz. Alekszandrov [1]: A mai matematikai gondolkodás különféle elemeinek ellentéte és dialektikus szintézise a matematika fejlődésének fő rugója. A végtelen halmaz és a véges formula, az absztrakt módon megadott függvény és konkrét analitikus kifejezése, a logikai építmény és a konkrét példa, amely a legbonyolultabb és legelvontabb matematikai konstrukciótól elvezet a gyakorlatban közvetlenül alkalmazható számszerű eredményig — íme, néhány példa az ellentétekre, amelyeknek folytonos küzdelméből áll a matematikus mindennapi munkája. A matematikai kutatás örök problémája, az elmélet és a gyakorlat kapcsolata, új értelmet nyert az olyan szovjet tudósok munkájában, mint Sz. L. Szoboljev, N. Je. Kocsin, M. A. Lavrentjev, M. V. Keldis, A. N. Kolmogorov, N. N. Bogoljubov, A. A. Andronov, I. G. Petrovszkij, Sz. A. Hrisztyianovics, V. A. Fok, A. N. Tyihonov, F. I. Frankl, L. N. Szretyenszkij és még sokan mások. Az új számítási módszerek hallatlan arányú kibontakozása és a gépi matematika fejlődése mellett — amelynek művelői országunkban N. G. Brujevics, L. A. Ljuszternyik és mások — arról is van szó, hogy a matematika gondolkodás, élesebbé és acélosabbá válva a matematikai absztrakció tüzeiben, közvetlenül behatol a természettudományi problémák sűrűjébe. Nemcsak kész formulák alkalmazásáról beszélhetünk már, hanem olyan matematikai elméleteknek (a matematika legmodernebb eszközeit felhasználó) megalkotásáról is, amelyek fizikai problémák elintézésére a legalkalmasabbak. A matematikának egészen új ágai keletkeznek tehát, s ezekben a matematikai és fizikai kérdésfeltevések többé nem különülnek el élesen. Ide tartoznak a fentemlített szovjet matematikusok munkái a valószínűségszámítás és annak sokféle alkalmazása terén, a dinamikai rendszerek elmélete, a komplex változós függvénytan, a parciális differenciálegyenletekkel leírható rezgések elmélete stb. terén.

A tiszta és alkalmazott matematika szerves kapcsolatában, az absztrakt és a konkrét dialektikus egységében látom a szovjet matematika leghatározottabb és filozófiai szempontból is legjelentősebb sajátosságát.

* A MTA Matematikai Kutató Intézetében 1967. november 5-én tartott előadás szövege. Csak a kérdések származnak a „riporter”-től; a válaszokat a riporter a vitában „résztvevő” szovjet matematikusok (az irodalomjegyzékben idézett) munkáiból állította össze.

A. N. Kolmogorov [2]: A szovjet matematika három fontos jellemző vonása:

1. a tudományos kutatás és a tudományos káderképzés széles alapokon nyugvó, tervszerű megszervezése,

2. a tudomány egységének, a kulcskérdéseknek az előtérbe helyezése, az egyes irányzatok a matematika és annak alkalmazásai egésze szempontjából való értékelése, melynek következtében az egyes tudományos iskolák azelőtti bizonyos mértékű izoláltsága helyébe termékeny együttműködésük lépett,

3. a természettudomány és technika aktuális problémái megoldása érdekében végzett széles körű szervezett matematikai munka.

Riporter: Hogyan érvényesül a matematikusok elméleti kutatómunkájában az absztrakt és a konkrét dialektikus egysége, amelyet P. Sz. Alekszandrov akadémikus hangsúlyozott? Ha egy matematikus az alkalmazásokat még a teljesen elvont kutatások során is szem előtt tartja, hogyan segíti ez elő az elméleti kutatást?

A. N. Kolmogorov [3]: A teljes matematikai szabadságra törekedve a valószínűségszámítás terén végzett munkánknak — még legáltalánosabb és legelvontabb kutatásainknak is — hajtóereje az a kívánságunk, hogy a valóságos véletlen jelenségek törvényszerűségeit megértsük, megmutassuk, hogyan alakulnak ki kauzális összefüggések nagyszámú független vagy gyengén függő véletlen faktor összehatására, és megfordítva, hogyan alakulnak ki meghatározott valószínűségeloszlások azáltal, hogy egy kauzális összefüggés véletlen perturbációknak van alávetve. Ugyanúgy, ahogy a mechanika terén különösen becsülnünk kell az olyan kutatót, aki a matematika analitikus apparátusa elsajátítása mellett mechanikai intuícióval is rendelkezik, ugyanúgy mi is határozott különbséget teszünk az analízis olyan kutatói között, akik a valószínűségszámításban szerepet játszó analitikus problémák szakértői és a valószínűségszámítás tulajdonképpeni szakértői között, akik igen gyakran a probléma megoldását először szemléletes „valószínűségszámítási” megfontolások útján látják meg, még mielőtt a megfelelő analitikus megoldást megtalálnák.

E. E. Szlucki [4]: Nekem úgy tűnt, hogy az elméleti vizsgálatok mellett egyes konkrét problémákat is tanulmányoznom kell, hogy ezúton a módszereket kipróbáljam és az elméleti kutatáshoz új ösztönzéseket nyerjek a valósággal való érintkezésből.

Riporter: Gyakran hallani olyan véleményt, hogy a matematikus munkájában a szép, elegáns eredmények elérésére való törekvés igen fontos hajtóereje a kutatásnak, hogy a matematikust jelentős mértékben esztétikai szempontok is vezetik. Mennyiben igaz ez?

N. G. Csebotarjev [5]: A matematikában a szépség igen nagy szerepet játszik... . Érdekes, hogy az eleganciáról nem szokott vita kialakulni: a matematikusok ízlése nagyjából azonos. A matematikában azonban a szépség elválaszthatatlan a célszerűségtől: általában nem nevezünk szépnek egy olyan bizonyítást, amely a célt nem a lehető legrövidebb, legcélravezetőbb úton éri el.

Riporter: Visszatérve az elmélet és gyakorlat egységének kérdésére, ez a felfogás — úgy tudom — a Szovjetunióban régi hagyományokra támaszkodhat. Gyakran láttam idézve például P. L. Csebisev [6] azon mondását, hogy „Az elmélet és a gyakorlat összekapcsolása eredményekben igen termékeny és ez nemcsak a gyakorlat számára jár nyereséggel: maguk a tudományok is fejlődnek ennek hatására; új témák tárulnak fel a kutatás számára és a rég ismert problémák is új megvilágítást nyernek.” — Úgy tudom, Csapligin is hasonló elveket vallott.

M. V. Keldis [7]: *Sz. A. Csapligin* alkotó munkájára az volt jellemző, hogy az általános kutatási módszerek kidolgozására való törekvése során mindig konkrét alkalmazásokat tartott szem előtt. Amellett, hogy állandóan törekedett az általa alkotott általános elméletek konkrét alkalmazására, ugyanakkor, amikor egy új mechanikai jelenség vizsgálatát tűzte ki céljául, semmilyen matematikai nehézségtől nem riadt vissza. Soha nem sablonos módszerrel törekedett a kitűzött cél elérésére, hanem minden konkrét esetben olyan eredeti módszert alkalmazott, amely a legalkalmasabb volt a probléma megoldására. Ez magyarázza meg, hogy miért bír munkássága olyan nagy jelentőséggel, és miért vált számos tudós kutatásainak kiindulópontjává.

Riporter: Tehát a matematika eredményes alkalmazásához nem elegendő a kész eredmények sablonos felhasználása; számunkra igen tanulságos ez a nyilatkozat, mivel e kérdésről nálunk is sok vita folyik.

E. E. Szlucky [8]: Csak rutinnal nem lehet kijönni. Minden problémában felmerülhetnek előre nem látott új mozzanatok, felmerülhetnek jogos kételyek a módszer alkalmazhatóságára és az eredmények értékelésére vonatkozólag. Mindez megköveteli a számolásra vonatkozó recepteken túl az elmélet szellemének és matematikai alapjainak megértését.

Riporter: Úgy látom, e kérdést lezárhatjuk. Térjünk át egy másik kérdéskörre. Miben áll a matematika, a matematikai modellek alkalmazásának jelentősége más tudományok szempontjából?

Sz. L. Szoboljev [9]: Az ember egyik legfőbb szükséglete, mely megkülönbözteti őt az állatoktól, a megismerés szükséglete. Az ember sajátossága, hogy körbetekintve szenvedélyesen keresi az igazságot, mélységesen vágyik arra, hogy a világ-egyetem titkait megértse. Ezen világ legfontosabb jellemzői azon sajátosságok, amelyeket a matematika ír le és tanulmányoz. Csak a matematika nyelvén érthetjük meg és tanulmányozhatjuk ezt a világot.

A matematika „királynője és szolgálólánya” is az összes többi tudománynak, mindig és mindenütt az élen járt — és bár időnként kigúnyolták, az élettől való elszakítottság, elvontság, szárazság bélyegét ütötték rá —, új utakat taposott ki az emberi ismeretek számára...

A matematika távoli perspektíváinak meghatározásában a legfontosabb szerepet fejlődésének belső törvényszerűségei játsszák. A matematikának, mint egységes egésznek, ahol az alkotóelemek kölcsönhatásban vannak egymással, megvannak a maga belső problémái és kulcskérdései.

Riporter: Sajnos, nálunk még e szemlélet nem vált általánosan uralkodóvá, még sokan vannak, akik kétségbevonják a matematikának mint önálló tudománynak a jelentőségét, csak „szolgálólány”-szerepét látják. De hát persze az elavult, helytelen nézetek elleni harc hozzátartozik a tudós munkájához.

Sz. L. Szoboljev [10]: Az új elméleteket nálunk sem értette meg, nem ismerte el mindenki azonnal. A „tudomány matematizálódásának” gyors folyamatában, új elméletek és módszerek gyors megjelenésében egyesek „idealista” vonásokat és „burzsoá” hatásokat véltek felfedezni. A tudósok többsége azonban ma már helyesen értelmezi szerepüket és jelentőségüket.

Riporter: Igen, rendkívül öröndetes, hogy az új gondolatokkal szembenálló maradi előítéletek (mint például a matematikai módszerek biológiai alkalmazásaival szemben) ma már nem hatnak gátlólag a tudomány fejlődésére. De persze előítéletek

mindig és mindenkor voltak. Bizonyára van példa arra is, hogy egyes más országokban elindult új irányzatok jelentőségét a Szovjetunióban még gyorsabban ismerték fel, mint abban az országban, ahonnan kiindult.

A. N. Kolmogorov [11]: Ma az emberi tudás fokozódó differenciálódásának korszakában Shannon egyedülálló példát szolgáltat az elvont és mélyenjáró matematikai gondolkodásnak a technika nagy problémái széles és ugyanakkor teljesen konkrét megértésével való összekapcsolására. Shannont ugyanolyan mértékben tarthatjuk az utóbbi évtizedek egyik legnagyobb matematikusának, mint legnagyobb mérnökének. Shannon munkásságának jelentőségét a matematika szempontjából eleinte nem értékelték kellően. Emlékszem, hogy 1954-ben az amsterdami nemzetközi matematikai kongresszuson egyes amerikai kollégáim az én érdeklődésemet Shannon munkája iránt még túlzottnak tartották és azt mondták, hogy ezek inkább a műszaki tudományhoz tartoznak, mint a matematikához.

Riporter: Persze, jól tudjuk, hogy jelentős új tudományos gondolatok gyakran olyan problematikus filozófiai irányzatokkal összefonódva jelennek meg, amelyekből való elválasztásuk éppen a tudomány fejlődése szempontjából kívánatos. Erre nyilván sok jellemző példát lehetne felhozni.

A. N. Kolmogorov [12]: A konstruktív irányzat pozitív eredményei függetlenek az intuicionizmus filozófiájától. Ezért helyesebb volna az intuicionista logikát egyszerűen konstruktív logikának nevezni.

Riporter: Térjünk talán vissza a matematika jelentőségének kérdésére.

Sz. L. Szoboljev [13]: A fizika, a kémia, a biológia és más természettudományok mindegyik forradalmi eredményét új matematikai elméletek, fogalmak és módszerek megalkotása előzte meg; ezek nélkül a szóban forgó eredmények nem jöhettek volna létre.

P. K. Anohin [14]: A modellalkotás fogalmához kapcsolódnak az életjelenségek és folyamatok a kibernetika útján való kutatásához és matematikai vizsgálatához fűződő nagy reményeink. Teljes joggal állíthatjuk, hogy ha valamely életjelenségről vagy folyamatról sikerült megfelelő pontosságú modellt alkotni, ezzel mód nyílik az ilyen folyamat irányítására is.

M. A. Lavrentjev [15]: Miért tett a matematika olyan döntő jelentőségre szert? Ahhoz, hogy válaszolhassunk erre a kérdésre, tekintsük át röviden, hogyan is fejlődött ez a tudomány.

A matematika által felfedezett törvényszerűségek jelentősen megelőzték az egyéb tudományokat, évtizedekeig, néha évszázadokig vártak arra, hogy a fizikában vagy a technikában gyakorlati alkalmazásra találjanak. Az utóbbi két évtizedben a tudomány fejlődésének általános meggyorsulása következtében a helyzet gyökeresen megváltozott, magában a matematikában pedig sajátos forradalom ment végbe. 1945-ben szerkesztették meg az első elektronikus számológépet, ez bonyolult feladatokat tudott megoldani, számológékeireit helyettesíteni. A gépbe helyezett elvek (emlékezet, logikai operációk stb.) a tudomány és a technika különböző ágaiban, különösen az automatikában rendkívül gyümölcsözőnek bizonyultak; ugyanúgy, ahogyan a modern fizika megszülte az atomipart, a matematika létrehozta az elektronikus számítástechnikát. Egy ország tudományos színvonalát ma jelentős mértékben az határozza meg, hogy elektronikai, magenergetikai, rakétatechnikai és az elektronikus számítástechnikát alkalmazó matematikai vonatkozásokban milyen fejlettségi fokon áll.

Riporter: Persze, a matematikában rejlő nagy lehetőségek kiaknázásához nagyszámú jól képzett, tehetséges, hivatása iránt lelkesedő és az említett elveket szem előtt tartó matematikusokra van szükség. Térjünk ezért át a matematika tanításának, a matematikus-képzésnek és a tehetségek felkutatásának kérdésére.

A. N. Kolmogorov [16]: Számos radikális kísérlet folyik jelenleg a Szovjet-unióban a matematikai oktatás megjavítására és korszerűsítésére, így a novoszibirszki matematikai iskolában kutatók tanítanak már az általános iskolai foktól kezdve, másfelé is számos kísérlet folyik, többek között Moszkvában is. Érdekes kezdeményezése a moszkvai egyetemnek az *I. M. Gelfand* akadémikus irányításával folyó levelező szakkör. Ez több vidéki terület iskoláira terjed ki, kb. 3000 diák van ebbe jelenleg bekapcsolva. Írásban kapnak feldolgozandó anyagot, ezzel kapcsolatos eredményeiket, problémáikat írásban megküldik az oktatás irányításában résztvevő tanárjelölteknek és fiatal oktatóknak, akik mindegyike egy-egy kisebb diákcsoporttal levelez. Nyáron nyári iskolákban hozzák össze az érdeklődő diákokat, kb. 50 diákkal egy-egy ilyen nyári iskolán, ahol matematikai előadásokat tartanak számukra.

M. A. Lavrentyev [17]: Az egyetemi oktatás programját és menetét alá kell rendelni a fő feladatnak. Ez a hallgató alkotóképességének fejlesztése és megtanítása arra, hogy önállóan használja a tudományos irodalmat. A súlypontot az önálló munkára, a szemináriumi foglalkozásokra kell helyezni. Az előadások ne vegyék, mint jelenleg, a hallgatók idejének alapvető részét igénybe. A szemináriumokon feladatokat kell megoldani, elvi kérdéseket kell taglalni, új kutatási módszereket kell elemezni.

A. N. Kolmogorov [18]: Ha olyanokat kívánunk felkutatni, akik a matematikai hivatás számára legjobban megfelelnek (és ez a kívánság most szerfelett aktuális), akkor nem léphetünk más útra, mint arra, hogy valamennyi iskolában tartósan, rendszeresen növeljük a matematikai oktatás színvonalát, megszervezzük a matematikai köröknek egy olyan hálózatát, amely biztosítja, hogy abba bármely iskola tanulója bekapcsolódhasson, tömeges példányban tankönyveket kiegészítő népszerű matematikai irodalmat adjunk ki és népszerű matematikai előadásokat tartsunk.

Riporter: Konferenciánk — úgy érzem — választ adott arra a kérdésre, hogy milyen elvek vezették és vezetik a szovjet matematikusokat egész tevékenységükben. Úgy hiszem, annak a szellemnek, amely szavaikból kicsendül, jelentős szerepe volt azokban a nagy eredményekben, amelyeket a szovjet matematikusok a matematika szinte minden területén elértek. Kerekasztal-konferenciánk befejezéséként további nagy sikereket kívánunk a szovjet matematikusoknak alkotó munkájukhoz.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] *P. Sz. Alekszandrov* „A szovjet matematikai iskola” című cikkéből. „A tudomány története a Szovjetunióban”, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1950, 67—68. o.
- [2] *A. N. Kolmogorov* „Matematika” c. cikkéből. Bolsaja Szovjetszkaja Enciklopédia.
- [3] *A. N. Kolmogorov* Az orosz tudomány szerepe a valószínűségszámítás fejlődésében c. cikke. Ucsenüe Zapiszki, Moszk. Gosz. Univ. 91/1947/53—64.
- [4] *E. E. Szlucki* Önéletrajzából. (Idézi B. V. Gnedenko, Szlucki Válogatott műveihez írt előszavában.) (E. E. Szlucki, Izbrannüe Trudü, Izd. Akad. Nauk SzSzsZR, Moszkva 1960, 8. o.)
- [5] *N. G. Csebotarjev* Matematikai Önéletrajzából. Uszpehi Mat. Nauk 3/1948/62. o.
- [6] *P. L. Csebisev*: A térképrajzolásról. (P. L. Csebüsev, Izbrannüe Mat. Trudü, Gostechizdat, Moszkva 1946, 100. o.)
- [7] *M. V. Keldis*: Útószo Csaplugin összegyűjtött műveihez. (Sz. A. Csaplugin, Izbrannüe Trudü, Gostechizdat, Moszkva, 1954, 542. o.)
- [8] *E. E. Szlucki*: Önéletrajzából. Idézi B. V. Gnedenko, Szlucki válogatott műveihez írt előszavában. Lásd 4/7. o.
- [9] *Sz. L. Szoboljev* cikke az Izvesztija 1966. június 16-i számában. (Magyar fordítása: MTA Matematikai Kutató Intézete Lapszemléjének 1966. júniusi számában.)
- [10] *Sz. L. Szoboljev*, i. m. lásd 9/.
- [11] *A. N. Kolmogorov* előszava C. Shannon összegyűjtött műveinek orosz kiadásához. (Moszkva, 1963, 5. o.)
- [12] *A. N. Kolmogorov* előszava Péter Rózsa „Rekursive Funktionen” c. könyvének orosz kiadásához. (R. Peter, Rekursivnüje funkcii, Izd. In. Lit. Moszkva, 1954, 9. o.)
- [13] *Sz. L. Szoboljev*, i. m. lásd 9/.
- [14] *P. K. Anohin* előszava F. H. George „The Brain as a Computer” c. könyvének orosz fordításához.
- [15] *M. A. Lavrentyev* cikke az Izvesztija 1963. március 24-i számában. (Magyar fordítása: MTA Matematikai Kutató Intézetének Lapszemléje, 1963. márciusi számában.)
- [16] *A. N. Kolmogorovnak* a MTA Matematikai Kutató Intézetében 1964. november 19-én tartott előadásából. MTA Matematikai Kutató Intézetének Didaktikai Csoportjának Tájékoztatója, 1. sz. 1964.
- [17] *M. A. Lavrentyev*, i. m. Lásd 15/.
- [18] *A. N. Kolmogorov* cikke az Izvesztija 1963. április 7-i számában. (Magyar fordítása: MTA Matematikai Kutató Intézete Lapszemléje 1963. áprilisi számában.)

КОНФЕРЕНЦИЯ „КРУГЛОГО СТОЛА” С СОВЕТСКИМИ МАТЕМАТИКАМИ

А. РЕНЬИ

ROUND-TABLE CONFERENCE WITH SOVIET MATHEMATICIANS.

A. RÉNYI