Kitűzött feladatok

1. Adjuk meg egy szabályos dobókocka 10 egymás utáni dobásának egy lehetséges valószínűségi modelljét. (Kitűzve február 15-én.)
2. Egy szabályos érmét feldobunk egymás után egészen addig, amíg másodszor megjelenik egy fej. Azután a dobássorozatot abbahagyjuk. Mi annak a valószínűsége, hogy legalább három dobást végzünk, és az utolsót kettővel megelőző dobás eredménye fej? (Kitűzve február 15-én.)
3. Egy urnában 50 piros és 50 fehér golyó van. Kihúzzuk a golyókat visszatevés nélkül. Mi a valószínűsége annak, hogy a 40-ik húzás eredménye piros? Mi annak a valószínűsége, hogy a 60-ik húzás eredménye piros? Mi annak a valószínűsége, hogy a 40-ik húzás eredménye piros? Mi a valószínűsége annak, hogy a 40-ik és 60-ik húzás eredménye is piros? (Kitűzve február 22-én.)
4. Egy urnában 20 fehér és 30 piros golyó van. Ha kihúzunk egy golyót akkor azt visszadobjuk, és vele együtt bedobunk az urnába két ugyanolyan színű golyót. Ezt megismételjük 50-szer. Mi a valószínűsége annak, hogy a 30. és 50-ik húzás eredménye egyaránt piros. (Kitűzve február 29-én.)
5. Egy szabályos dobókockát egymásután többször feldobunk. Mi a valószínűsége annak, hogy a 10-ik dobásban dobunk harmadszor hatost. (Kitűzve február 29-én.)
6. Két különböző fáról leszednek 10 almát, és beteszik két különböző (megkülönböztethetetlen dobozba.) Ez egyik fáról szedett almák $\frac{1}{4}$ a másik fáról szedett almák pedig $\frac{1}{10}$ valószínűséggel férgesek. Kiveszünk az egyik dobozból két almát és mind a kettő férges. Ezek után kiveszünk a másik dobozból egy almát. Mi annak a valószínűsége, hogy ez az alma már nem férges? (Kitűzve február 29-én.)

7.* Legyenek $A_1,\dots,A_n$ események valamely $(\Omega,\mathcal{A},P)$ valószínűségi mezőn, $S_k = \sum\limits_{1\le j_1<\cdots<j_k\le n} P(A_{j_1}\cap\cdots\cap A_{j_k})$, $1\le k\le n$. Ekkor

$$S_1 - S_2 + \cdots (-1)^{2k-1}S_{2k} \ge P(A_1\cup\cdots\cup A_n) \ge S_1 - S_2 + \cdots (-1)^{2k}S_{2k+1},$$

ha $2\le 2k\le n$. (Kitűzve március 7-én.)

8. Egy dobókockát feldobunk tízszer. Számítsuk ki a páratlan dobáseredmények összegének a várható értékét. (A páros dobáseredményeket nem vesszük figyelembe). (Kitűzve március 14-én.)
9. Egy urnában 20 piros és 10 fehér golyó van. Kihúzunk egymás után 10 golyót úgy, hogy minden húzás után a kihúzott golyót visszadobjuk egy vele azonos színű golyóval együtt. Mi a kihúzott piros golyók számának a várható értéke és szórásnégyzete? (A megoldás során emlékezzünk arra, hogy megtárgyaltuk annak valószínűségét, hogy egy ilyen modellben mi a valószínűsége, hogy egy adott

---

A * jelzésű feladatok nem kötelezőek.

sorszámú húzásban kihúzott golyó piros színű illetve annak a valószínűségét, hogy két adott sorszámú húzásban piros golyót húzunk. Láttuk, hogy ezek a valószínűségek nem függnek a húzások sorszámától. Használjuk fel ezeket az eredményeket a megoldásban.) (Kitűzve március 21-én.)

10. Egy ξ valószínűségi változót (n,p) paraméterű binomiális eloszlású valószínűségi változónak nevezünk, $n=0,1,2,\dots$, $0<p<1$, ha $P(\xi=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$, $k=0,1,\dots,n$. Legyen ξ és η két független binomiális eloszlású valószínűségi változó (m,p) illetve (n,p) paraméterekkel. Ekkor $\xi+\eta$ binomiális eloszlású valószínűségi változó $(m+n,p)$ paraméterekkel. (Kitűzve március 21-én.)
11. Fejezzük ki annak valószínűségét, hogy egy $F(x)$ eloszlású valószínűségi változó egész értéket vesz fel az $F(x)$ eloszlásfüggvény segítségével. (Kitűzve április 11-én.)
12. Egy szabályos kockát feldobunk, és tekintjük a dobás eredményét megadó valószínűségi változót. Adjuk meg ezt a valószínűségi változót. (Kitűzve április 25-én.)
13. Számítsuk ki egy a $[0,1]$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változó várható értékét és szórásnégyzetét. (Kitűzve április 25-én.)
14. Legyen ξ és η két független és a $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen $f(x)$ sűrűségfüggvényük $f(x)=1$, ha $-\frac{1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$, $f(x)=0$, ha $x>\frac{1}{2}$ vagy $x<-\frac{1}{2}$. Számítsuk ki $\xi_1+\xi_2$ sűrűségfüggvényét. (Kitűzve április 25-én.)
15. Legyen ξ egyenletes eloszlású valószínűségi változó a $[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$ intervallumban. Számítsuk ki a ξ^2 és ξ^3 valószínűségi változók eloszlás és sűrűségfüggvényét. (Kitűzve április 25-én.)
16. Egy szabályos dobókockát feldobunk 2700 alkalommal egymástól függetlenül, és összeszámoljuk a páros értékű dobások eredményét. Adjunk jó közelítő becslést a centrális határeloszlástétel és egy normális eloszlástáblázat segítségével arra, hogy ez az összeg 420 és 720 közé esik. (Kitűzve május 2-án.)