Kitűzött feladatok

1. Egy szabályos dobókockát feldobunk kétszer egymás után. Mi a valószínűsége annak, hogy a dobások összege 9? Annak, hogy a dobások összege 10? (Kitűzve szeptember 5-én.)
2. Bizonyítsuk be, hogy az $f(x) = (1+x)^n$ függvény Taylor sora az

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{n}{k} x^k$$

hatványsor tetszőleges valós n szám esetén.
3. Mi annak a valószínűsége, hogy egy kitöltött lottószelvényen pontosan három találatot érünk el? (Kitűzve szeptember 12-én.)
4. Egy szabályos dobókockát feldobunk egymás után többször. Mi annak a valószínűsége, hogy a 20. dobásban jelenik meg az ötödik hárommal osztható szám? (Kitűzve szeptember 12-én.)
5. Egy szabályos pénzdarabot feldobunk háromszor egymás után. Mi a feltételes valószínűsége annak, hogy mind a három dobás fej, feltéve, hogy legalább két fejdobás történt? (Kitűzve szeptember 19-én.)
6. Egy szabályos dobókockát feldobunk százszor egymás után. Tekintsük a páros dobások eredményeinek az összegét. (Azaz a páratlan dobások eredményét nem vesszük figyelembe, a többi dobás eredményét pedig összegezzük.) Számítsuk ki ennek az összegnek a várható értékét és szórásnégyzetét. (Kitűzve október 10-én.)
7. Egy urnában 20 piros és 30 fehér golyó van. Visszatevés nélköl kihúzzuk 20 golyót. Mi a kihúzott piros golyók számának a várható értéke és szórásnégyzete? (Kitűzve október 31-én.)
8. Ha ξ negatív binomiális valószínűségi változó $n=1$ paraméterrel, azaz $P(\xi = k) = p^k(1-p)$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, valamilyen $0 < p < 1$ számmal, akkor ez teljesíti az örökifjú tulajdonság következő diszkrét változatát: $P(\xi \geq k+l | \xi \geq k) = P(\xi \geq l)$. (Kitűzve október 31-én.)
9. Egy szabályos dobókockát feldobunk 2700 alkalommal egymástól függetlenül, és összeszámoljuk a páros értékű dobások eredményét. Adjunk jó közelítő becslést a centrális határeloszlástétel és egy normális eloszlástáblázat segítségével arra, hogy ez az összeg 420 és 720 közé esik. (Kitűzve november 7-én.)
10. Legyenek $\xi_1, \ldots, \xi_n$ független, egyforma eloszlású valószínűségi változók egyenletes eloszlással valamilyen $[\vartheta, \vartheta+1]$ intervallumban, és legyen $\xi_1^* \leq \xi_2^* \leq \cdots \leq \xi_n^*$ a belőlük készített rendezett minta. Számítsuk ki ξ_n^* várható értékét és szórásnégyzetét. (Kitűzve november 14-én.)

A * jelzésű feladatok nem kötelezőek.