

## DOLGOZAT FELADATOK

(A valószínűségszámítás II. gyakorlaton)

*Megjegyzés:* Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Egy urnában húsz piros és harminc fehér golyó van. Kihúzzunk egymás után 10 golyót visszatevés nélkül. Mi a kihúzott piros golyók számának a várható értéke és szórásnégyzete?
2. Legyen  $\xi$  és  $\eta$  két független  $\lambda$  paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen  $\xi$  és  $\eta$  sűrűségfüggvénye  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  ha  $x \geq 0$ , és  $f(x) = 0$ , ha  $x < 0$ . Számoljuk ki  $\xi - \eta$  sűrűségfüggvényét.
3. Legyen  $\xi$  standard normális eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen  $\xi$  sűrűségfüggvénye  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$ , és legyen  $t$  valós szám. Számoljuk ki az  $e^{t\xi}$  valószínűségi változó  $Ee^{t\xi}$  várható értékét.
4. Egy szabályos dobókockát feldobunk 1200 alkalommal egymástól függetlenül, és összeadjuk a páros értékű dobások eredményét. Adjunk jó közelítő becslést a centrális határeloszlástétel és egy normális eloszlástáblázat segítségével arra, hogy ez az összeg 2280 és 2500 közé esik.
5. Legyenek  $\xi_1, \dots, \xi_n$  valószínűségi változók egy valószínűségi mezőn. Mikor mondjuk, hogy ezek a valószínűségi változók függetlenek egymástól?
6. Legyen adva valószínűségi változóknak  $\xi_n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , sorozata és egy  $\xi$  valószínűségi változó egy valószínűségi mezőn.

Mikor mondjuk, hogy a  $\xi_n$  valószínűségi változók

- a.) egy valószínűséggel konvergálnak a  $\xi$  valószínűségi változóhoz?
- b.) sztochasztikusan konvergálnak a  $\xi$  valószínűségi változóhoz?
- c.) eloszlásbani konvergálnak a  $\xi$  valószínűségi változóhoz?