

Feladott házi feladatok

Ha a $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ egész értékű valószínűségi változók teljesítik a

$$P(\xi_1 = k_1, \xi_2 = k_2, \dots, \xi_n = k_n) = P(\xi_{\pi(1)} = k_1, \xi_{\pi(2)} = k_2, \dots, \xi_{\pi(n)} = k_n),$$

azonosságot az $1, 2, \dots, n$ számok tetszőleges $(\pi(1), \dots, \pi(n))$ permutációjára és minden k_1, \dots, k_n egész számra, akkor

$$P(\xi_i = k_1) = P(\xi_1 = k_1), \quad P(\xi_i = k_1, \xi_j = k_2) = P(\xi_1 = k_1, \xi_2 = k_2)$$

mainden $1 \leq i, j \leq n$ és k_1 és k_2 egész számra.

Egy urnában húsz piros és harminc fehér golyó van. Kihúzzunk egymás után 10 golyót úgy, hogy amikor kihúzzunk egy golyót akkor azt visszadobjuk és vele együtt bedobunk az urnába egy vele azonos színű golyót. Mi a kihúzott piros golyók számának a várható értéke és szórásnégyzete?

Egy szabályos pénzdarabot feldobunk százszor egymás után. Tekintsük a fejdobások számának a harmadik hatványát, és számítsuk ki annak várható értékét.

Legyen ξ_1 és ξ_2 független, a $[0, 1]$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen ξ_1 és ξ_2 sűrűségfüggvénye $f(x) = 1$, ha $0 \leq x \leq 1$, és $f(x) = 0$ egyébként. Számítsuk ki $\xi_1 + \xi_2$ sűrűségfüggvényét.

Egy szabályos pénzdarabot feldobunk ötször egymástól függetlenül. Rajzoljuk fel a fejdobások számát megadó valószínűségi változó eloszlásfüggvényét. Adjuk meg egy $[a, b]$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvényét.

Legyen ξ és η két független λ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó. Számoljuk ki $\xi - \eta$ sűrűségfüggvényét.

Legyen ξ egyenletes eloszlású valószínűségi változó a $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ intervallumban. Számítsuk ki a ξ^2 és ξ^3 valószínűségi változók eloszlás és sűrűségfüggvényét.

Egy szabályos dobókockát feldobunk 2700 alkalommal egymástól függetlenül, és összeszámoljuk a páros értékű dobások eredményét. Adjunk jó közelítő becslést a centrális határeloszlástétel és egy normális eloszlástáblázat segítségével arra, hogy ez az összeg 5120 és 5670 közé esik.