

DOLGOZAT FELADATOK

Megjegyzés: Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Legyen ξ_1 és ξ_2 két független, standard normális eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen ξ_j sűrűségfüggvénye $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$, $j = 1, 2$. Számítsuk ki a $\xi_1 + \xi_2$ valószínűségi változó sűrűségfüggvényét.
2. Legyen ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó $\lambda = 1$ paraméterrel, azaz legyen ξ sűrűségfüggvénye $f(x) = e^{-x}$, ha $x \geq 0$, és $f(x) = 0$, ha $x < 0$. Számítsuk ki a $\xi + \xi^2$ valószínűségi változó eloszlás és sűrűségfüggvényét.
3. Egy urnában 10 fehér és 10 piros golyó van. Elvégezzük 10 húzást egymás után úgy, hogy minden húzás után a kihúzott golyót visszadobjuk, és vele együtt bedobunk az urnába két ugyanolyan színű golyót. Számoljuk ki a kihúzott piros golyók számának várható értékét és szórásnégyzetét.
4. Ledobunk az egységintervallumra egymástól függetlenül 10000 pontot, amelyek egyenletes eloszlással esnek ebbe az intervallumba, azaz legyen annak valószínűsége, hogy egy pont valamely $[a, b] \subset [0, 1]$ intervallumba esik $b - a$. Adjunk jó becslést a mellékelt normális eloszlástáblázat alapján annak a valószínűségére, hogy a dobás-eredmények összege 4900 és 5050 közé esik.
5. Mikor mondjuk, hogy egy (Ω, \mathcal{A}, P) valószínűségi mezőn adott ξ_1, ξ_2, \dots , valószínűségi változók sorozata sztochasztikusan, illetve egy valószínűséggel konvergál egy ξ valószínűségi változóhoz?
6. Mikor mondjuk, hogy egy ξ valószínűségi változónak az $f(x)$ függvény sűrűségfüggvénye?