JAVÍTÓ DOLGOZAT FELADATAI

Megjegyzés: Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Legyen ξ egy várható értékű és egy szórásnégyzetű normális eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen sűrűségfüggvénye a $\varphi(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(x-1)^2/2}$ függvény. Számítsa ki a ξ valószínűségi változó $E\xi^3$ harmadik momentumát.
2. Legyen ξ és η két független a $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ intervallumban egyenletes eloszlású valószínűségi változó, azaz legyen sűrűségfüggvényük $f(x) = 1$, ha $-\frac{1}{2} \le x \le \frac{1}{2}$ és $f(x) = 0$, ha $x < -\frac{1}{2}$ vagy $x > \frac{1}{2}$. Számítsa ki $\xi + \eta$ sűrűségfüggvényét.
3. Adott két urna, mindkettőben 4 fehér és 8 piros golyó. Elvégzünk 10 húzást, mindegyik alkalommal kihúzunk egy-egy golyót a két urnából, az elsőből visszatevés nélkül, a másodikból visszatevéssel. Ha egyforma színű golyókat húzunk, akkor 2 forintot nyerünk, ha különböző színűeket, akkor 1 forintot veszítünk. Számoljuk ki nyereményünk várható értékét és szórásnégyzetét.
4. Ledobunk egymástól függetlenül 24 000 pontot a $[0, 2]$ intervalumra egyenletes eloszlással, (azaz annak a valószínűsége, hogy egy ledobott pont értéke x-nél kisebb $\dfrac{x}{2}$-vel egyenlő, ha $0 \le x \le 2$, eggyel egyenlő, ha $x \ge 2$, és nulla, ha $x \le 0$.) Őrizzük meg azokat a ledobott pontokat, melyek értéke 1-nél kisebb, és hagyjuk el azokat, melyek értéke, nagyobb mint egy. Mi annak a valószínűsége, hogy a megörzött pontok értékeinek az összege 5900 és 6075 közé esik? Adjunk erre a valószínűségre jó közelítő becslést a mellékelt normális eloszlástáblázat segítségével.
5. Mikor mondjuk, hogy egy $(\xi_1, \ldots, \xi_k)$ véletlen vektor egy $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ valószínűségi mezőn több dimenziós normális eloszlású?