

A MÁJUS 26.–I VIZSGA FELADATAI

Megjegyzés: Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Három héten keresztül lottózunk, és minden héten egy szelvényt töltünk ki. Mi a valószínűsége annak, hogy lesz olyan hét, amikor legalább hármas találatunk lesz? (Lottóhúzáskor 90 számból húznak ki ötöt, és a különböző heti húzások eredménye egymástól független.)
2. Egy urnában 20 fehér és 30 piros golyó van. Kihúzzunk 10 golyót úgy, hogy minden húzás után a golyót visszadobjuk az urnába, és vele együtt az urnába dobunk két ugyanolyan színű golyót. Számoljuk ki a kihúzott piros golyók számának várható értékét és szórásnégyzetét.
3. Feldobunk egy szabályos dobókockát, majd ezután két szabályos dobókockát dobunk fel akkor, ha a dobás eredménye páros és egy dobókockát, ha a dobás eredménye páratlan szám. Mi a feltételes valószínűsége annak, hogy az első dobásban hatost dobtunk, feltéve, hogy a második dobásban nem jelent meg hatos?
4. Legyen ξ és η két független valószínűségi változó egyenletes eloszlással a $[-1, 1]$ intervallum, azaz legyen mindkét valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x) = \frac{1}{2}$, ha $-1 \leq x \leq 1$, és $f(x) = 0$, ha $x < -1$ vagy $x > 1$. Számoljuk ki a $\xi + \eta$ valószínűségi változó sűrűségfüggvényét.
5. Egy nagyváros önkormányzata dönteni akar, hogy megépítsen-e egy színházat. Megkérdeznek véletlenül 10 000 embert, hogy egyetértenek-e a színházépítéssel. Akkor építik meg a színházat, ha a megkérdezettek között elég sok elég sok támogató szavazat gyűlt össze. Az önkormányzat úgy akar dönteni a felmérés alapján, hogy legalább 90% valószínűséggel igenlő döntést hozzon, ha a polgárok legalább 80%-a támogatja a tervet. A mellékelt standard normális eloszlás táblázat alapján határozzuk meg, hány támogató szavazat esetén döntsön az önkormányzat az építés mellett?
6. Mikor mondjuk, hogy F_n , $n = 1, 2, \dots$, eloszlásfüggvények sorozata eloszlásban konvergál egy F_0 eloszlásfüggvényhez?