

## A JÚNIUS 12.-I VIZSGA FELADATAI

*Megjegyzés:* Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Egy szabályos dobókockát végtelen sokszor feldobunk egymás után. Mi annak a valószínűsége, hogy az első hatos dobás előtt pontosan két ötös dobás következik be?
2. Feldobunk egy szabályos dobókockát 10 alkalommal egymás után. Tekintsük az olyan két egymást követő dobásból álló párok számát, amelyekre mindkét dobás eredménye hatos. (Ha például az első három dobás hatos, a többi pedig nem az, akkor két ilyen pár van, az 1. és 2. illetve a 2. és 3. dobásból álló pár.) Számítsuk ki az ilyen dobáspárok számának a várható értékét és szórásnégyzetét.
3. Az igazmondók városában egy véletlenül megkérdezett ember 0.9 valószínűséggel mond igazat, a hazugok városában 0.8 valószínűséggel hazudik. Véletlenül megérkezünk az egyik városba,  $\frac{1}{2}$  valószínűséggel az egyikbe,  $\frac{1}{2}$  valószínűséggel a másikba. Megkérdezzük egy embert, hogy ez az igazmondók városa-e, és azt a választ kapjuk, hogy nem. Mi a valószínűsége annak, hogy az igazmondók városába jutottunk?
4. Van két egy méter hosszú botunk, melyek mindegyikét véletlenül eltörünk egymástól függetlenül úgy, hogy minden töréspont egyformán valószínű. Az első bot hosszabb és a második bot rövidebb darabját összeragasztjuk. Mi annak a valószínűsége, hogy az így összeragasztott bot hossza kisebb, mint 0.9 méter?
5. Legyen birtokunkban 100 lámpa, melyek mindegyike egymástól független időtartamig működik, élettartamuk pedig exponenciális eloszlású  $\lambda = \frac{1}{10}$  paraméterrel. (A lámpák élettartamának exponenciális eloszlása természetes feltételezés.) Egy termet bevilágítunk ezen lámpák valamelyikével, majd amikor az kiegétt új lámpát használunk fel. Adjunk jó becslést arra, hogy a lámpák összélettartama legalább 1150 óra.
6. Hogyan szól a nagy számok gyenge törvénye? (Arra a kérdésre kell válaszolni, hogy milyen tulajdonság teljesülését jelenti az, hogy független egyforma eloszlású valószínűségi változók sorozatára érvényes a nagy számok gyenge törvénye. Nem szükséges annak az előadáson említett, de valójában nem tárgyalt eredménynek a megfogalmazása, amely megadja a nagy számok gyenge törvényének szükséges és elégséges feltételét.)