

A MÁJUS 30.–I VIZSGA FELADATAI

1. Egy szabályos dobókockát feldobunk egymás után végtelen sokszor. Mi annak a valószínűsége, hogy az ötödik hatosdobás a negyedik hatosdobás után három dobással később következik be?
2. Egy urnában 20 fehér és 30 piros golyó van. Kihúzzunk egymás után 10 golyót úgy, hogy minden dobás után a megfelelő golyót visszadobjuk egy ugyanolyan színű golyóval együtt. Minden egyes piros golyó húzásnál öt forintot nyerünk, minden egyes fehér golyó húzásnál két forintot veszítünk. Mi a nyereségünk várható értéke és szórásnégyzete?
3. Három gép gyárt csavarokat, az egyik 0.01 a második 0.02 a harmadik 0.03 valószínűséggel gyárt hibás csavarokat. A csavarokat egy raktárba viszik, és összekeverik azokat. Egy gyártott csavar 0.5 valószínűséggel készült az első 0.3 valószínűséggel a második és 0.2 valószínűséggel készült a harmadik gépen. Kiveszünk egy csavart, megnézzük, és azt találjuk, hogy az hibás. Milyen valószínűséggel készült a csavar eme feltétel mellett az első gépen?
4. Legyen ξ normális eloszlású valószínűségi változó 1 várható értékkel és 1 szórásnégyzettel, azaz legyen ξ sűrűségfüggvénye $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-(x-1)^2/2}$. Számoljuk ki az $e^{t\xi}$ valószínűségi változó $Ee^{t\xi}$ várható értékét tetszőleges t valós számra.
5. Egy szabályos dobókockát és egy szabályos érmét feldobunk 3300 alkalommal egymástól függetlenül. (Az érme és kockadobások eredményei is függetlenek egymástól.) Ha a kockadobás eredménye páros és az érme a fej oldalra esett, akkor annyi forintot nyerünk, amennyi a kockadobás eredménye. Ha az érme az írás oldalra esett vagy a kockadobás eredménye páratlan szám, akkor nem nyerünk, és nem is veszünk semmit. Mi a valószínűsége annak, hogy az össznyereségünk 3190 és 3520 forint közé esik? Adjunk erre jó közelítő becslést a centrális határeloszlástétel és egy normális eloszlástáblázat segítségével.
6. Legyen A_1 , A_2 és A_3 három esemény egy (Ω, \mathcal{A}, P) valószínűségi mezőn. Mikor mondjuk, hogy az A_1 , A_2 és A_3 események függetlenek?