

JAVÍTÓ DOLGOZAT FELADATAI

Megjegyzés: Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Két szabályos dobókockát feldobunk egymás után 100-szor egymástól függetlenül. Minden egyes dobás után felírjuk egy papírra a nagyobb dobás eredményét. (Ha a két kockadobás eredménye megegyezik, akkor ezt a közös dobáseredményt írjuk fel.) Mi a papírra felírt számok összegének a várható értéke és szórásnégyzete?
2. Egy teszt-vizsgán, ahol két lehetőség közül kell kiválasztani a helyes választ ketten vesznek részt. Az első résztvevő p_1 , a második résztvevő pedig p_2 valószínűséggel tudja a helyes választ, továbbá a vizsga két résztvevője egymástól függetlenül tudja vagy nem tudja, hogy mi a helyes válasz. Mindkét résztvevő a jó választ jelöli meg, ha tudja azt, ellenkező esetben pedig mindentől függetlenül egyforma valószínűséggel véletlenül bejelöli a két lehetséges válasz valamelyikét. Mi a feltételes valószínűsége annak, hogy mind a két résztvevő a helyes választ jelölte be, feltéve, hogy ugyanazt a választ adták?
3. Egy urnában 10 piros és 20 fehér golyó van. Kihúzunk 10 golyót visszatevés nélkül. Minden húzásban 2 forintot nyerünk, ha fehér golyót húzunk és 1 forintot veszítünk, ha piros golyót húzunk. Számoljuk ki a nyereményünk várható értékét és szórásnégyzetét.
4. Egy szabályos dobókockát feldobunk 1200 alkalommal egymástól függetlenül, és összeadjuk a páros értékű dobások eredményét. Adjunk jó közelítő becslést a centrális határeloszlástétel és egy normális eloszlástáblázat segítségével arra, hogy ez az összeg 2280 és 2500 közé esik.
5. Mikor mondjuk, hogy egy (Ω, \mathcal{A}, P) valószínűségi mezőn definiált ξ_1, \dots, ξ_k valószínűségi változók függetlenek?

Sajnos a javító dolgozat is rosszul sikerült. Az első feladatot ketten oldották meg lényegében jól, Molnár Anita és Templom Mária. Ők voltak azok, akik kiszámolták a vizsgált valószínűségek eloszlását, nevezetesen, hogy $\frac{1}{36}, \frac{3}{36}, \frac{5}{36}, \frac{7}{36}, \frac{9}{36}, \frac{11}{36}$ valószínűséggel vesznek fel a 100 tagú független valószínűségi változókból álló összegek 1, 2, 3, 4, 5 és 6 értéket. A második példát senki sem oldotta meg jól. Senki nem kapott olyan eredményt, amelyben a keresett feltételes valószínűség függ attól, hogy milyen valószínűséggel tudják a vizsgázók a helyes választ. A jó megoldás a következő. Annak a valószínűsége, hogy mind a két vizsgázó jó választ ad $p_1p_2 + \frac{1}{2}p_1(1-p_2) + \frac{1}{2}(1-p_1)p_2 + \frac{1}{4}(1-p_1)(1-p_2)$, (annak a valószínűsége, hogy mind a ketten tudják a jó választ plusz annak a valószínűsége, hogy az első vizsgázó tudja a jó választ, a második nem, de jó választ ad, plusz annak a valószínűsége, hogy a második vizsgázó tudja a jó választ, az első nem, de jó választ ad, plusz annak a valószínűsége, hogy egyikük sem tudja a jó választ, de jó választ ad. Annak a valószínűsége, hogy mindketten rossz választ adnak $\frac{1}{4}(1-p_1)(1-p_2)$. A keresett feltételes valószínűség annak valószínűsége, hogy mind a ketten jó választ adnak osztva annak a valószínűségével, hogy egyforma választ adnak. Ez

$$\frac{p_1p_2 + \frac{1}{2}p_1(1-p_2) + \frac{1}{2}(1-p_1)p_2 + \frac{1}{4}(1-p_1)(1-p_2)}{p_1p_2 + \frac{1}{2}p_1(1-p_2) + \frac{1}{2}(1-p_1)p_2 + \frac{1}{4}(1-p_1)(1-p_2)}.$$

A harmadik példát sem tudták jól megoldani. Alig találtam jelzést arra, hogy függő valószínűségi változókkal kell számolni, és a kovarianciákat is számolni kell. De aki ezt megtette, az sem tudta az eredményt végigszámolni. A negyedik feladatot, amely szerepelt a gyakorlaton jól oldották meg. Viszont a függetlenségre adott definíció egyöntetűen nem volt elfogadható, mert csak diszkrét eloszlású valószínűségi változókra érvényes definíciót mondtak ki.

Úgy érzem, ahhoz is nagyon nagy jóindulat kellett, hogy két diáknak, Molnár Anitának és Templom Máriának megadjam a kettős érdemjegyet, mert ők legalább egy példát (az elsőt) meg tudták oldani a negyedik példán kívül. Ezenkívül a Fazekas tanár úr felajánlotta, hogy két vagy három diáknak megadja a lehetőséget, hogy nála levizsgálhat és sikeres vizsga esetén megkapja a gyakorlati jegyet. Megkérem Öt, hogy Balog Erzsébet, Erdős Veronika és Vattamány Magdolna esetében éljen ezzel a lehetőséggel, mert ők legalább valami értékelhetőt nyújtottak az első feladatban.