

A JÚNIUS 20.-I VIZSGA FELADATAI

Megjegyzés: Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Egy szabályos dobókockát végtelen sokszor feldobunk egymás után. Mi annak a valószínűsége, hogy az első hatos dobást megelőző két dobás ötös volt? (Ez egyben azt a követelményt is jelenti, hogy az első hatos dobás előtt legalább két dobás volt.)
2. Feldobunk egy szabályos dobókockát 10 alkalommal egymás után. Tekintsük az olyan két egymást követő dobásból álló párok számát, amelyekre mindkét dobás eredménye hatos. (Ha például az első három dobás hatos, a többi pedig nem az, akkor két ilyen pár van, az 1. és 2. illetve a 2. és 3. dobásból álló pár.) Számítsuk ki az ilyen dobáspárok számának a várható értékét és szórásnégyzetét.
3. Az igazmondók városában egy véletlenül megkérdezett ember 0.9 valószínűséggel mond igazat, a hazugok városában 0.8 valószínűséggel hazudik. Véletlenül megérkezünk az egyik városba, $\frac{1}{2}$ valószínűséggel az egyikbe, $\frac{1}{2}$ valószínűséggel a másikba. Megkérdezzük egy embert, hogy ez az igazmondók városa-e, és azt a választ kapjuk, hogy nem. Mi a valószínűsége annak, hogy az igazmondók városába érkeztünk?
4. Van két egy méter hosszú botunk, amelyek mindegyikét véletlenül eltörjük egymástól függetlenül úgy, hogy minden töréspont egyformán valószínű. Az első bot hosszabb és a második bot rövidebb darabját összeragasztjuk. Mi annak a valószínűsége, hogy az így összeragasztott bot hossza kisebb, mint 0.9 méter?
5. A következő játékot játsszuk. Feldobnak 3 szabályos dobókockát. Ha két páratlan és egy páros dobás következett be, akkor annyi forintot veszítünk, amennyi a páros dobás eredménye. Minden egyéb esetben, (tehát, ha nulla, egy vagy három páratlan dobás történt) 4 forintot nyerünk. Ezt a játékot játsszuk 2500 alkalommal. Adjunk jó közelítő becslést annak a valószínűségére, hogy nyereségünk 2300 és 2600 forint közé esik.
6. Hogyan szól a nagy számok gyenge törvénye? (Arra a kérdésre kell válaszolni, hogy milyen tulajdonság teljesülését jelenti az, hogy független egyforma eloszlású valószínűségi változók sorozatára érvényes a nagy számok gyenge törvénye. Nem szükséges annak a jegyzetben leírt, de az előadáson nem tárgyalt eredménynek a megfogalmazása, amely megadja a nagy számok gyenge törvényének szükséges és elégséges feltételét.)