

A MÁJUS 25.–I VIZSGA FELADATAI

Megjegyzés: Abban az esetben, ha egy megkérdezett fogalom definícióját több (egymással ekvivalens) módon lehet megadni, akkor ezek mindegyike jó válasznak minősül.

1. Három héten keresztül lottózunk, és minden héten kitöltünk egy szelvényt. Mi a valószínűsége annak, hogy lesz legalább egyszer (pontosan) négyes vagy legalább kétszer (pontosan) három találatunk találatunk? (Lottóhúzásakor 90 számból húznak ki ötöt, és a különböző heti húzások eredménye egymástól független.)
2. Feldobunk egy szabályos dobókockát 101-szer egymás után. Számítsuk ki a két egymást követő hatos dobások számának a várható értékét és szórásnégyzetét.
3. Feldobunk egy szabályos dobókockát, majd ezután két szabályos dobókockát dobunk fel akkor, ha a dobás eredménye páros és egy dobókockát, ha a dobás eredménye páratlan szám. Mi a feltételes valószínűsége annak, hogy az első dobásban hatost dobtunk, feltéve, hogy a második dobásban nem jelent meg hatos dobás?
4. Legyen ξ és η két független valószínűségi változó, a ξ valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[-2, 0]$, az η valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[0, 2]$ intervallumban; azaz legyen e két valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f(x)$ és $g(x)$, ahol $f(x) = \frac{1}{2}$, ha $-2 \leq x \leq 0$ és $f(x) = 0$ egyébként, $g(x) = \frac{1}{2}$, ha $0 \leq x \leq 2$, és $g(x) = 0$ egyébként. Számoljuk ki a $\xi + \eta$ valószínűségi változó sűrűségfüggvényét.
5. Egy nagyváros önkormányzata dönteni akar, hogy megépítsen-e egy színházat. Véletlenszerűen kiválasztanak és megkérdeznek 10 000 embert arról, hogy egyetértenek-e a színházépítéssel. Akkor építik meg a színházat, ha a megkérdezettek között elég sok elég sok támogató szavazat gyült össze. Az önkormányzat úgy akar dönteni a felmérés alapján, hogy legalább 0.9 valószínűséggel igenlő döntést hozzon akkor, ha a polgárok legalább 80%-a támogatja a tervet. A mellékelt standard normális eloszlás táblázat alapján határozzuk meg, hogy legalább hány támogató szavazat esetén döntsön az önkormányzat az építés mellett?
6. Mikor mondjuk, hogy F_n , $n = 1, 2, \dots$, eloszlásfüggvények sorozata eloszlásban konvergál egy F_0 eloszlásfüggvényhez?