

A JANUÁR 29.-I VIZSGA FELADATAI ÉS KÉRDÉSEI

- 1.) Legyen ξ exponenciális eloszlású valószínűségi változó $\lambda = 1$ paraméterrel, azaz legyen ξ sűrűségfüggvénye $f(x) = e^{-x}$, ha $x \geq 0$, és $f(x) = 0$, ha $x < 0$. Számolja ki a $2\xi + \xi^2$ valószínűségi változó sűrűségfüggvényét.
- 2.) Feldobunk egy szabályos dobókockát egymás után tíz alkalommal. Jelölje ξ azon egymást követő dobások számát, amelyekre a két dobás összege hárommal egyenlő. Számolja ki a ξ valószínűségi változó várható értékét és szórásnégyzetét.
- 3.) Legyen ξ normális eloszlású valószínűségi változó 1 várható értékkel és 2 szórásnégyzettel. Számolja ki az Ee^ξ várható értéket.
- 4.) Ledobunk a $[-1, 1]$ intervallumra 2700 pontot egyenletes eloszlással, tehát a ledobott pontok helyének a sűrűségfüggvénye $f(x) = \frac{1}{2}$, ha $-1 \leq x \leq 1$, és $f(x) = 0$ egyébként. Adjunk jó közelítő becslést egy normális eloszlástáblázat segítségével annak valószínűségére, hogy a kapott pontok értékeinek az összege nagyobb, mint 15, és a négyzetösszege nagyobb, mint 880. (A feladat úgy értendő, hogy annak valószínűségét kell kiszámítani, hogy mind a két esemény bekövetkezik.)
- 5.)
 - a) Milyen tulajdonságokat kell teljesítenie egy egyváltozós $F(x)$ illetve egy k -változós $F(x_1, \dots, x_k)$ függvénynek ahhoz, hogy egy egy illetve k -változós eloszlásfüggvény legyen?
 - b) Milyen feltételek teljesülése esetén létezik egy valószínűségi mező és azon végtelen sok előírt együttes eloszlású valószínűségi változó? A Kolmogorov-féle alaptétel e kérdésről szóló eredményének az ismertetését kérem. (Az előadásban ennek az eredménynek több egymáshoz hasonló, de nem teljesen ekvivalens változatát fogalmaztam meg. Ezek bármelyikének helyes ismertetése jó válasznak minősül.)
- 6.) Hogyan szól a centrális határeloszlástétel legáltalánosabb alakja szériasorozatokra? Ezen belül fogalmazza meg az egyenletes kicsiség feltételét és a Lindeberg feltételt. Ha fel tud sorolni olyan centrális határeloszlástétel típusú eredményeket, amelyek következnek az általános esetben érvényes centrális határeloszlástételből, akkor tegye meg. (Olyan eredményekről van szó, amelyek a centrális határeloszlástétel érvényességét mondják ki gyengébb, de jobban ellenőrizhető feltételek mellett.)
- 7.) Mi egy a $[0, 1]$ intervallumon létező Poisson folyamat definíciója?
- 8.) Mikor mondjuk, hogy ξ_n , $n = 1, 2, \dots$, valószínűségi változók egy sorozata eloszlásban konvergál egy $F(x)$ eloszlásfüggvényhez?