

A JAVÍTÓ DOLGOZAT FELADATAI

- 1.) Egy éven át lottózunk. Mind az 52 héten kitöltünk egy szelvényt (90 számból kell eltalálni ötöt). Mi a valószínűsége annak, hogy legalább két alkalommal lesz (pontosan) hármas találatunk?
- 2.) Egy urnában 10 piros és 30 fehér golyó van. Kihúzzunk 20 golyót visszatevés nélkül. Mennyi a kihúzott piros golyók számának a várható értéke és szórásnégyzete?
- 3.) Egy diák a feltett kérdésre (három lehetőség közül kell kiválasztani a helyeset) p valószínűséggel tudja a jó választ. Ha tudja azt, akkor a helyes választ jelöli meg, ha viszont nem tudja, akkor tippel, és ez $\frac{1}{3}$ valószínűséggel ad helyes eredményt. Mi a feltételes valószínűsége annak, hogy tudja a jó választ feltéve, hogy a helyes választ jelölte meg?
- 4.) Legyen ξ és η két független valószínűségi változó, amelyek közül ξ egyenletes eloszlású a $[0, 1]$ intervallumon, η pedig egyenletes eloszlású az $[1, 2]$ intervallumon. Azaz ξ sűrűségfüggvénye $f(x) = 1$, ha $0 \leq x \leq 1$, és $f(x) = 0$ egyébként, η sűrűségfüggvénye pedig $g(x) = 1$, ha $1 \leq x \leq 2$, és $g(x) = 0$ egyébként. Számítsa ki $\xi + \eta$ sűrűségfüggvényét.
- 5.) A következő játékot játsszuk. Két szabályos pénzdarabot feldobnak egymás után 10 000 alkalommal. Ha egy dobás eredménye két fejdobás akkor 2 forintot nyerünk, ha az eredmény két írásdobás akkor 2 forintot veszünk, ha az eredmény egy fej és egy írásdobás akkor 1 forintot nyerünk. Adjon jó becslést a mellékelt normális eloszlástáblázat alapján annak a valószínűségére, hogy nyereményünk összege 4850 és 5300 forint között lesz.
- 6.) Az alábbi négy állítás közül melyik helyes és melyik nem? (Feltesszük, hogy a tekintett ξ és η valószínűségi változóknak létezik mind a várható értéke mind a szórásnégyzete.)
 - a.) Ha ξ és η két valószínűségi változó egy valószínűségi mezőn, akkor a $\xi + \eta$ összeg várható értéke egyenlő a ξ és η valószínűségi változók várható értékének az összegével, azaz $E(\xi + \eta) = E\xi + E\eta$.
 - b.) Ha ξ és η két független valószínűségi változó egy valószínűségi mezőn, akkor a $\xi + \eta$ összeg várható értéke egyenlő a ξ és η valószínűségi változók várható értékének az összegével, azaz $E(\xi + \eta) = E\xi + E\eta$.
 - c.) Ha ξ és η két valószínűségi változó egy valószínűségi mezőn, akkor a $\xi + \eta$ összeg szórásnégyzete egyenlő a ξ és η valószínűségi változók szórásnégyzetének az összegével, azaz $\text{Var}(\xi + \eta) = \text{Var}\xi + \text{Var}\eta$.
 - d.) Ha ξ és η két független valószínűségi változó egy valószínűségi mezőn, akkor a $\xi + \eta$ összeg szórásnégyzete egyenlő a ξ és η valószínűségi változók szórásnégyzetének az összegével, azaz $\text{Var}(\xi + \eta) = \text{Var}\xi + \text{Var}\eta$.