

## Vizsgakérdések

- 1.) Mi az elégséges statisztika definíciója? Milyen tételt tanult az elégséges statisztikák jellemzéséről? (Neyman–Fisher faktorizációs tétel).
- 2.) Milyen eredményt tanult arról, hogy ha van egy elégséges statisztika, akkor elég csak ezen elégséges statisztikán alapuló becslésekkel foglalkozni? (Rao–Blackwell–Kolmogorov tétel)
- 3.) Hogy szól a Neyman–Pearson lemma?
- 4.) Mi a Wald-féle valószínűséghányados próba? Milyen eredményt tud ennek jó tulajdonságairól? (Wald és Wolfowitz tétele.)
- 5.) Mi a Fisher információ definíciója? Hogy szól a Cramer–Rao egyenlőtlenség?
- 6.) Mi a maximum likelihood becslés? Milyen eredményeket tud ezek jó tulajdonságairól?
- 7.) Mi a Wishart mátrix definíciója? Legyenek  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n$  független vektor értékű normális eloszlású valószínűségi változók  $\mathbf{m}$  várható értékkel és  $\mathbf{C}$  kovarianciamátrixszal. Definiáljuk az

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \mathbf{X}_j$$

véletlen vektort és

$$\mathbf{S} = \sum_{j=1}^n (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}})^T$$

véletlen mátrixot. Mit tud ezek tulajdonságairól?

- 8.) Tekintsünk egy vektor értékű normális eloszlást ismeretlen  $\mathbf{m}$  várható értékkel és  $\mathbf{C}$  kovarianciamátrixszal. Feltesszük, hogy a  $\mathbf{C}$  kovarianciamátrix invertálható. Legyen adva egy  $n$  elemű  $\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n$  minta ezzel az eloszlással. Mi az  $\mathbf{m}$  várható érték és  $\mathbf{C}$  kovarianciamátrix maximum likelihood becslése e minta alapján?
- 9.) Hogy szól a Cochran–Fisher tétel (kvadratikus alakok négyzetösszegeiről)?
- 10.) Legyenek  $Y, X_1, \dots, X_n$  együttesen normális eloszlású valószínűségi változók ismert  $EY$  és  $EX_j$ ,  $1 \leq j \leq k$ , várható értékekkel  $\text{Cov}(Y, X_j)$ ,  $\text{Cov}(X_i, X_j)$  kovarianciákkal,  $1 \leq i, j \leq n$ , és  $\text{Var} Y$  szórásnégyzettel. Hogyan határozza meg  $Y$  legjobb lineáris becslését az  $X_1, \dots, X_n$  valószínűségi változók segítségével? Mit tud ezen becslés tulajdonságairól?
- 11.) Mi az egyszempontos varianciaanalízis, illetve a kétszempontos varianciaanalízis feladata interakció nélkül és interakcióval?