A január 4.-i vizsga feladatai.

1.) Két egy méter hosszú botot véletlenszerűen, (egymástól függetlenül) egyenletes eloszlással eltörünk. Az első eltört bot rövidebb és a második eltört bot hosszabb darabját összeragasztjuk. Mi annak a valószínűsége, hogy az így kapott új bot hossza kisebb, mint 0.9 méter?

2.) Legyenek $\xi_1, \xi_2, \dots$ független valószínűségi változók, és definiáljuk az $S_n = \sum_{j=1}^{n} \xi_j$, $n = 1, 2, \dots$ részletösszegeket. Mikor lesz az $S_1, S_2, \dots$ sorozat martingál?

3.) Legyen ξ és η két független standard normális eloszlású valószínűségi változó. Számolja ki az $E(\xi|\xi + \eta)$ feltételes várható értéket.

4.) Egy nagyvárosban népszavazást tartanak egy kérdésről. A város egy folyó két oldalán fekszik, és a folyó két oldalán lakóknál más mind a kérdés támogatottsága, mind a szavazási hajlandóság. A folyó baloldalán 85000 szavazópolgár lakik, az ottlakók $\frac{3}{4}$ valószínűséggel támogatják a javaslatot, és $\frac{4}{5}$ valószínűséggel mennek el szavazni. A folyó jobbpartján 50400 szavazópolgár lakik, az ottlakók $\frac{1}{2}$ valószínűséggel támgatják a javaslatot, és $\frac{2}{3}$ valószínűséggel mennek el szavazni. Az egyes lakosok véleménye és szavazási hajlandósága független egymástól. Mi annak a (közelítő) valószínűsége, hogy a leadott igen szavazatok száma nagyobb, mint a leadott nem szavazatok kétszerese plusz 1080?

5.) Hogy szól a centrális határeloszlástétel legáltalánosabb tanult alakja? Ennek az eredménynek milyen érdekes speciális eseteit ismeri?

6.) Hogy szól a Kolmogorov-féle nulla–egy törvény?

7.) Hogy szól a Borel–Cantelli lemma? (Ez az eredmény arról szól, hogy bizonyos $A_1, A_2, \dots$ események közül mikor következik be véges sok és mikor következik be végtelen sok esemény.)