Előadás.

A valószínűségszámítás gondolkozásmódja.

Major Péter

A mindennapi életben gyakran próbálják a véletlen jelenségeket értelmezni. Így például időnként beszélnek a nagy számok törvényéről, ami azt fejezi ki, hogy ha sok kisérletet végzünk el egymás után egymástól függetlenül, és mindegyik kisérlet p valószínűséggel lesz sikeres, akkor a sikeres kisérletek relatív gyakorisága majdnem 1 valószínűséggel közel van ehhez a p számhoz. Ez az ismeret azonban gyakran nem elegendő a minket érdeklő kérdések megválaszolásához. Tekintsünk egy ilyen példát.

Valaki azt javasolja, hogy játsszuk a következő játékot. Vesz egy (szerinte) szabályos pénzdarabot, és azt feldobja 10000 alkalommal. Fejdobás esetén ő nyer 1 forintot, írásdobás esetén pedig mi nyerünk. Részt veszünk ebben a játékban. Szavahihetőnek tekintjük-e az illetőt, ha a fejdobások száma

a) 10000,
b) 8000,
c) 6000,
d) 5200,
e) 5050?

Mi a helyzet például 5200 fejdobás esetén? Azt várjuk, hogy a fejdobások száma 5000 plusz egy kis ingadozás. De tekinthető-e 10000 dobás esetén a 200 eltérés az átlagtól való kis ingadozásnak? Érdemes ezt a kérdést alaposan körüljárni, mert a kérdés vizsgálata során eljutunk a valószínűségszámítás talán legfontosabb eredményéhez, a centrális határeloszlástételhez. Ezen eredmény megértése nagyon hasznos, mert sok értékes és fontos információhoz juttat minket. A centrális határeloszlástétel alkalmazásakor konkrét problémák vizsgálatában az is kiderül, hogy érdemes a heurisztikus természetes gondolatokat felhasználni, de annak érdekében, hogy ezt jól és biztosan megtehessük érdemes egy sok nem triviális gondolatot tartalmazó 'absztrakt' elméletet is kidolgozni. Ez lesz az előadás egy másik fontos témája.

Tárgyalni fogok olyan feladatokat is, ahol az eredmény kissé meglepő. Ismertetek egy ilyen feladatot.

Tegyük fel, hogy a következő játékot játszhatjuk: Feldobnak egy szabályos pénzdarabot egymástól függetlenül egymás után. Amennyiben fej a dobás eredménye, akkor a feltett tét dupláját kapjuk, ha írás, akkor a tét $\frac{2}{3}$ részét elveszítjük, és csak $\frac{1}{3}$ részét őrizhetjük meg. Mivel ez a játék előnyös, ezért feltesszük minden játékban minden pénzünket. Lássuk be, hogy amennyiben A volt a vagyonunk a játék kezdete előtt, és Z_n jelöli vagyonunkat az n-ik játék után, akkor

a) $EZ_n = A(\frac{7}{6})^n$, azaz vagyonunk várható értéke exponenciálisan nő.
b) Z_n egy valószínűséggel nullához tart, azaz ha sokáig játszunk, akkor közel egy valószínűséggel majdnem minden pénzünket elveszítjük.
c) Értsük meg, hogy ez a két állítás nem mond egymásnak ellent.

Amennyiben az időm megengedi, akkor arról is beszélni fogok röviden, hogy a valószínűségszámítás hogyan segített olyan fontos fizikai jelenségek vizsgálatában, mint például a fázisátalakulás.