

KÜLÖNLENYOMAT

**MATEMATIKAI  
LAPOK**

**VII. ÉVFOLYAM 1—2. SZÁMÁBÓL**

**BOLYAI JÁNOS MATEMATIKAI TÁRSULAT  
BUDAPEST, 1956**

## MATEMATIKAI LAPOK

A Bolyai János Matematikai Társulat lapja. Megjelenik évenként négyszer.  
Budapest, 1956. május, VII. évfolyam 1—2. szám.

Felelős szerkesztő: Turán Pál.

Szerkesztők: Aczél János, Hajós György, Kalmár László, Rényi Alfréd.

Szerkesztőség: Budapest V., Reáltanoda-utca 13—15. Telefon: 187—330.

Kiadóhivatal: Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány-utca 21. III.  
Telefon: 111—010.

A kiadásért felel: az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Terjeszti a Posta Központi Hírlap Iroda Vállalat Budapest, V., József  
nádor-tér 1. Telefon: 180-850. Csekk számlaszám: 61 257.

Előfizetés, személyes ügyfélszolgálat József nádor-tér 1. Üzlethelyiség.  
Telefon: 183—022.

Előfizetés egy évre 20,— Ft.

## TARTALOMJEGYZÉK

Riesz Frigyes †	1
Erdős Pál: Megjegyzések a Matematikai Lapok két feladatához	10
Miron Nicolescu: A Román Tudományos Akadémia Matematikai Intézeté- nek és a Bukaresti Egyetem Analízis Tanszékének matematikai munkásságáról	18
Hajnal András és Kalmár László: Megjegyzés a halmazelmélet Gödel-féle axiómarendszeréhez I.	26
Bihari Imre: A Bessel-függvények egy monotonitási tulajdonságáról	43
Fried Ervin: Algebrailag zárt testek mint véges bővítések	47
Obláth Richárd: Vályi Gyula (1855 január 25—1913 október 13)	61
Turán Pál: „Faktoriálisos” számrendszerbeli „számjegyek” eloszlásáról <sup>14</sup>	71
Rényi Alfréd: A számjegyek eloszlása valós számok Cantor-féle előállítá- sáiban	77
Aczél János: A természetes logaritmus és az exponenciális függvény be- vezetéséről	101
Kövári Tamás: Egy Turán-féle problémáról	106
Heppes Aladár és Révész Pál: A Borsuk-féle feldarabolási problémához	108
Máté János: A kínai matematika történetének egy problémájáról	112
Feladatrovat	114
Példarovat	156
Jelentés a Beke Manó emlékdíj ötödik kiosztásáról	167
Hírek	171
Társulati élet	177
Könyvismertetés	201
Hibaigazítás	205

**Erdős Pál**

**Megjegyzések a Matematikai Lapok két feladatához**

## Megjegyzések a Matematikai Lapok két feladatához

ERDŐS PÁL

A Matematikai Lapokban megjelent a következő feladat<sup>1</sup>:  
Bebizonyítandó, hogy minden  $\varepsilon$ -hoz megadható oly  $a$ , amelyre  $\varphi(a) + \varphi(a+1) < \varepsilon a$ , ( $\varphi(a)$  az Euler-féle  $\varphi$  függvényt jelenti.)

Talán nem lesz érdektelen megvizsgálni, vajon mennyire élesíthető a feladat állítása — annál is inkább, mert elemi analitikus számelméleti módszerekkel kérdésünkre válaszolni tudunk s az érdeklődő olvasó e módszerekkel aránylag könnyen megismerkedhetik. Az is jól látható lesz, hogy hogyan jönnek létre azok a tételek, melyekben többszörösen iterált logaritmusok szerepelnek, melyek az analitikus számelmélettől távolosokat sokszor furcsa hangzásuknál fogva mulattatják.

E cikkben  $c_1, c_2, \dots$  pozitív konstansokat fognak jelölni,  $\log_r n$  az  $r$ -szer iterált logaritmust jelöli,  $L_n = [\log_r n / \log_r n]$ .

I. TÉTEL. Minden  $\varepsilon > 0$ -hoz létezik oly  $n_0 = n_0(\varepsilon)$ , hogy minden  $n > n_0$ -hoz van oly  $a < n$ , melyre

$$\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi(a+L_n) < \varepsilon a.$$

II. TÉTEL. Minden pozitív  $\eta$ -ra fennáll, hogy

$$\liminf_{a \rightarrow \infty} [\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi(a + (1 + \eta)L_n)] = \infty.$$

A II. tétel nyilván azt jelenti, hogy az első tételben foglalt állítás tovább nem élesíthető.

Első pillanatban talán azt gondolhatnánk, hogy az I. és II. tételek problémánk teljes megoldását tartalmazzák. E tételek azonban még a következő módon élesíthetők.

<sup>1</sup> MEGDYESSY PÁL, II. (1951), 145. o. 40-ik feladat, LIPTÁK JÓZSEF és TARÁCS LAJOS megjegyzik, hogy minden  $k$ -hoz és  $\varepsilon$ -hoz van oly  $a$ , melyre  $\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi(a+k) < \varepsilon a$ . IV. (1953), 38—39.

### III. TÉTEL:

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \left[ \varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots \right. \\ \left. + \varphi \left( \left[ a + \frac{\log_3 a}{\log_4 a - \log_5 a} + \frac{c \log_3 a}{(\log_4 a)^2} \right] \right) \right] / a = e^c / \alpha,$$

ahol  $\alpha = \prod_p \left( 1 - \frac{1}{p} \right)^{-1/p}$  (*a szorzat nyilván konvergens*).

A III. tételt nem fogjuk bebizonyítani, ugyanis a bizonyítás azonos, csak kissé komplikáltabb, mint az I. és II. tételek bizonyításai. Tudtommal itt fordul elő először egy tételben ötszörösen iterált logaritmus.

LANDAULT<sup>2</sup> származik a következő tétel:

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \varphi(n) \log_3 n / n = e^{-C},$$

ahol  $C$  az Euler konstans jelöli. Legyen  $g(n)$   $n$ -nek nem csökkenő függvénye, ( $g(n)$  állandó is lehet). Fennáll

### IV. TÉTEL.

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \max(\varphi(n), \varphi(n+1), \dots, \varphi(n + [g(n)])) (e^C \log_2 n)^{1/[g(n)]+1} / n = 1.$$

Amennyiben  $g(n) \rightarrow \infty$  az  $(e^C)^{1/[g(n)]+1}$  faktor természetesen 1-gyel helyettesítendő.

A IV. tételből következik, hogyha  $g(n) \log_3 n \rightarrow \infty$ , akkor

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \max(\varphi(n), \varphi(n+1), \dots, \varphi(n + [g(n)])) / n = 1.$$

Ennél azonban lényegesen élesebb tételt mondtam ki egy régebbi dolgozatomban.<sup>3</sup> A IV. tételt se fogjuk bebizonyítani, mert a bizonyítás hasonló az I. és II. tételek bizonyításához.

Egy  $n$  számot akkor nevezünk abundánsnak, ha  $\sigma(n) \geq 2n$ , ahol  $\sigma(n)$   $n$  osztóinak összegét jelenti. Egy régebbi dolgozatomban<sup>3</sup> bebizonyítottam, hogy létezik két konstans  $c_1$  és  $c_2$  úgy, hogy van  $c_1 \log_3 n$   $n$ -nél kisebb konzekutív abundáns szám, de nincs  $c_2 \log_3 n$   $n$ -nél kisebb konzekutív abundáns szám. A következő élesebb tételt tudom bebizonyítani:

V. TÉTEL. *Létezik két folytonos függvény  $f(x)$  és  $g(x)$ ,  $f(x)$  az  $(1, \infty)$  intervallumban van definiálva,  $f(1) = \infty$ ,  $f(\infty) = 0$ ,*

<sup>2</sup> Arch. Math. und Phys. (1903), 86—91.

<sup>3</sup> Note on consecutive abundant numbers, Journal London Math. Soc. 10 (1935), 128—131.

$f(x)$  szigorúan monoton csökkenő,  $g(x)$  a  $(0,1)$  intervallumban van definiálva s ott szigorúan monoton növekvő,  $g(0) = 0$ ,  $g(1) = \infty$ , úgyhogy azon  $n$  alatti leghosszabb konzekutív egész számokból álló sorozat hossza, melyekre vagy  $\sigma(a) > ax$ , vagy  $\varphi(a) < ax$ ,  $(1 + o(1))f(x) \log_3 n$ , vagy  $(1 + o(1))g(x) \log_3 n$  alakú.

Az V. tétel bizonyítását szintén nem közöljük, mert hasonlít az I. és II. tételek bebizonyításához s egy régebbi dolgozatomban levő bizonyításhoz.<sup>3</sup>

TURÁNTÓL<sup>4</sup> származik a következő feladat: Jelölje  $d(n)$   $n$  osztóinak számát. Létezik-e tetszőleges nagy pozitív  $k$ -hoz oly  $n$ , hogy

$$d(n) < d(n+1) - k \quad \text{és} \quad d(n) < d(n-1) - k. \quad (1)$$

Ismeretes, hogy  $d(n)$  maximuma  $2^{\log n / \log_2 n}$  rendű (e tétel WIGERT-től való),<sup>5</sup> ez pontosan azt jelenti, hogyha  $\varepsilon > 0$  tetszés szerinti pozitív szám, akkor minden  $n > n_0(\varepsilon)$ -ra  $d(n) < 2^{(1+\varepsilon) \log n / \log_2 n}$ , viszont végtelen sok  $n$ -re  $d(n) > 2^{(1-\varepsilon) \log n / \log_2 n}$ . (1) már most következőképpen élesíthető: Minden  $\varepsilon > 0$ -hoz található oly  $l = l(\varepsilon)$ , hogy végtelen sok  $n$ -re fennáll, hogy

$$d(n) < l, \quad d(n+1) > 2^{(1/2-\varepsilon) \log n / \log_2 n}, \quad d(n-1) > 2^{(1/2-\varepsilon) \log n / \log_2 n} \quad (2)$$

(2) valószínűleg tovább nem élesíthető, azaz  $\frac{1}{2} - \varepsilon$  nem helyettesíthető  $\left(\frac{1}{2} + \varepsilon\right)$ -nal. (2) bizonyítását nem részletezzük, elég egyszerűen következik BRUN módszerének alkalmazásával, (1) és (2)-höz hasonlóan vizsgálhatjuk, milyen éles lokális maximuma lehet  $d(n)$ -nek. Itt a következő bizonyítható: minden  $\varepsilon > 0$ -hoz létezik végtelen sok  $n$ , melyre

$$d(n) > 2^{(1-\varepsilon) \log n / \log_2 n} [\max(d(n+1), d(n-1))]. \quad (3)$$

(3) bizonyítását szintén nem részletezzük, BRUN módszerével itt is könnyen célt érünk, itt azonban Brun módszere valószínűleg elkerülhető lesz (lásd a Mat. Lapok-ban rövidesen megjelenendő feladatom megoldását).

Valószínűnek látszik különben, hogy  $n > n_0(\varepsilon)$  esetén

$$d(n(n+1)) = d(n)d(n+1) < 2^{(1+\varepsilon) \log n / \log_2 n}. \quad (4)$$

<sup>4</sup> Mat. Lapok V. (1954), 48. 71. feladat.

<sup>5</sup> Lásd pl. E. Trost Primzahlen, vagy pedig Hardy—Wright Number Theory third edition. Lásd még Kalmár László, Középiskolai Mat. Lapok II. (1950), 91.

Azo nban (4) bebizonyítása igen nehéznek látszik. A főnehézség a következő: Ha  $(A, B) = 1$ , akkor mindig van oly  $0 < x \leq AB$ , melyre  $x \equiv 0 \pmod{A}$ ,  $x \equiv 1 \pmod{B}$ . A „baj” mármost az, hogy nem ismeretes oly használható feltétel, mely  $x > (AB)^{1-\varepsilon}$ -t tudna bizto sitani.

Felvethető még a következő kérdés: Melyik a leghosszabb  $n$  alatti sorozat, melyre  $\sigma(a) < \sigma(a+1) < \dots < \sigma(a+k)$ ?

VI. TÉTEL. Legyen  $T_n = [\log_3 n / \log_6 n]$ ,  $i_1, i_2, \dots, i_{T_n}$  az  $1, 2, \dots, T_n$  számok egy tetszőszerinti permutációja. Akkor ha  $n > n_0(\varepsilon)$ , létezik oly  $a < n$ , melyre  $\sigma(a+i_1) < \sigma(a+i_2) < \dots < \sigma(a+i_{T_n})$ . Ezzel szemben, ha  $n > n_0(\varepsilon)$ , nincs oly  $a < n$ , melyre  $\sigma(a) < \sigma(a+1) < \dots < \sigma(a + [(1+\varepsilon)T_n])$ , vagy  $\sigma(a) > \sigma(a+1) > \dots > \sigma(a + [(1+\varepsilon)T_n])$ . Ugyanily tétel érvényes a  $\varphi$  függvényre

VII. TÉTEL. Legyen  $k = (\log n)^{1/2-\varepsilon}$ ,  $i_1, i_2, \dots, i_k$  az  $1, 2, \dots, k$  számok egy tetszőszerinti permutációja. Akkor ha  $n > n_0(\varepsilon)$  létezik oly  $a < n$ , melyre  $d(a+i_1) < d(a+i_2) < \dots < d(a+i_k)$ .

A VI. és VII. tételekre még más helyen vissza fogok térni, valószínűnek látszik, hogy a VII. tétel nem marad igaz, ha  $(\log n)^{1/2-\varepsilon}$ -t  $(\log n)^{1/2+\varepsilon}$ -nal helyettesítjük.

Az I. TÉTEL bizonyítása. Legyen

$$A_n = \prod_{p < \frac{1}{2} \log n} p.$$

Ismeretes, hogy  $\prod_{p < x} p < 4^x$  s ezért  $A_n < n/2$ . MERTENS<sup>6</sup> ismert tétele szerint

$$\varphi(A_n)/A_n = \prod_{p < \frac{1}{2} \log n} \left(1 - \frac{1}{p}\right) = (1 + o(1))e^{-c/\log_2 n}. \quad (5)$$

Létezik mármost oly  $a_1, a_2, \dots, a_{L_n}$  sorozat, melyre  $(a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{L_n})/A_n$  és

$$\varphi(a_i)/a_i = (1 + o(1)) (\log_2 n)^{-1/L_n} = (1 + o(1))/\log_3 n, \quad 1 \leq i \leq L_n. \quad (6)$$

(6) bizonyítása igen egyszerű. Legyen

$$a_1 = 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot p_{s_1}, \quad a_2 = \prod_{s_1+1}^{s_2} p_j, \quad \dots, \quad a_i = \prod_{s_{i-1}+1}^{s_i} p_j, \quad \dots, \quad 1 \leq i \leq L_n$$

<sup>6</sup> Hardy—Wright (second edition) 349.

ahol  $p_{s_i}$ ,  $1 \leq i \leq L_n$  a következő módon van definiálva:

$$\prod_{s_{i-1}+1}^{s_i+1} \left(1 - \frac{1}{p}\right) < \frac{1}{\log_3 n} < \prod_{s_{i-1}+1}^{s_i} \left(1 - \frac{1}{p}\right). \quad (7)$$

(5)-ből és (7)-ből nyilván következik, hogy

$$\varphi(a_i)/a_i = (1 + o(1))/\log_3 n \quad \text{és} \quad \prod_{j=1}^{s_{L_n}} \left(1 - \frac{1}{p_j}\right) > \frac{1}{\log_3 n},$$

azaz (6) fennáll és (5) miatt  $p_{s_{L_n}} < \frac{1}{2} \log n$  s ezzel állításunk igazolva van.

Legyen mármost

$$x + i \equiv 0 \pmod{a_{i+1}}, \quad 0 \leq i \leq L_n - 1, \quad \frac{n}{2} < x < n. \quad (8)$$

$x, \pmod{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$  egyértelműen meg van határozva s ezért  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{L_n} \leq A_n < \frac{n}{2}$  miatt (8) megoldható. Mármost  $L_n < \log_3 n$  és (6) és (8) miatt

$$\begin{aligned} \varphi(x+i)/x &< (1 + o(1)) \varphi(x+i)/(x+i) \leq \varphi(a_{i+1})/a_{i+1} = \\ &= (1 + o(1))/\log_3 n. \end{aligned} \quad (9)$$

Tehát (9) miatt

$$\begin{aligned} (\varphi(x) + \varphi(x+1) + \dots + \varphi(x+L_n))/x &< (1 + o(1)) L_n / \log_3 n < \varepsilon \\ n &> n_0 - \text{ra} \end{aligned}$$

s ezzel az I. tétel be van bizonyítva.

A II. TÉTEL *bebizonyítása*. Legyen

$$\varphi'(a) = \prod' \left(1 - \frac{1}{p}\right),$$

ahol  $\prod'$  azt jelenti, hogy  $p|a$ ,  $p < 2 \log a$ . Könnyű belátni, hogyha  $a < 2n$ , akkor

$$\tilde{\varphi}'(a) = (1 + o(1)) \varphi'(a). \quad (10)$$

Ugyanis  $a$  nyilván legfeljebb  $\log a / \log_2 a$   $2 \log a$ -nál nagyobb prímszámmal lehet osztható, ezért

$$\varphi(a) \leq \tilde{\varphi}'(a) < \varphi(a) \left(1 - \frac{1}{2 \log a}\right)^{-\log a / \log_2 a} = (1 + o(1)) \varphi(a),$$

ezzel tehát (10) be van bizonyítva. (10) miatt nyilván elég lesz

bebizonyítani, hogy minden  $\eta > 0$ -ra

$$\liminf_{a \rightarrow \infty} (\varphi'(a) + \varphi'(a+1) + \dots + \varphi'(a + [(1+\eta)L_a]))/a = \infty. \quad (11)$$

Legyen

$$\varphi'(a+i)/(a+i) = \alpha_i.$$

(11) helyett nyilván elég lesz bizonyítani, hogy

$$\sum \alpha_i \rightarrow \infty, \quad 0 \leq i \leq [(1+\eta)L_a]. \quad (12)$$

Fennáll

$$\begin{aligned} \prod \alpha_i &\geq \prod_{p < 2 \log a} \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{(1+\eta)L_a/p+1} = \\ &= \prod_{p < 2 \log a} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \prod_{p < 2 \log a} \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{(1+\eta)L_a/p} > \frac{c_1}{\alpha^{(1+\eta)L_a} \log_3 a}, \\ &\quad \left(\alpha = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1/p}\right). \end{aligned}$$

Míthogy azonban a számtani közép nagyobb, mint a mértani, nyerjük, hogy

$$\sum \alpha_i \geq [(1+\eta)L_a] \left( \frac{c_1}{\alpha^{(1+\eta)L_a} \log \log a} \right)^{1/(1+\eta)L_a} > c_2 L_a / (\log_3 a)^{1/(1+\eta)} \rightarrow \infty$$

ha  $a \rightarrow \infty$ ,

amivel (12) s ezért a II. tétel be van bizonyítva.

A legutóbbi időben SCHINZEL bebizonyította a következő tételt: Legyenek  $a_i > 0$ ,  $1 \leq i \leq k$ , akkor létezik egész számok oly végtelen sorozata, melyre

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\varphi(n_i + i + 1)}{\varphi(n_i + i)} = a_i, \quad 1 \leq i \leq k.$$

Ugyanilyen tétel érvényes  $\sigma(n)$ -re is. Ezzel kapcsolatban a következő tételt bizonyítottam be:

Létezik oly végtelen sorozat  $n_i$ , melyre

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{\max \varphi(n_i + i_1)}{\min \varphi(n_i + i_2)} = 1, \quad 1 \leq i_1, i_2 < \left[ (1-\varepsilon) \frac{\log_3 n}{\log_6 n} \right].$$

Ezzel szemben  $\lim_{n \rightarrow \infty} \max \frac{\varphi(n+i+1)}{\varphi(n+i)} = \infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \min \frac{\varphi(n+i+1)}{\varphi(n+i)} = 0$ ,

$$1 \leq i < \left[ (1+\varepsilon) \frac{\log_3 n}{\log_6 n} \right].$$

Ugyanilyen tétel érvényes  $\sigma(n)$ -re is.

О ДВУХ ЗАДАЧАХ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ЖУРНАЛЕ  
„МАТЕМАТИКА ЛАРОК“

П. Ердёш

(Резюме)

Пусть будет  $L_n = [\log_3 n / \log_4 n]$ . [ $\log_r n$  = продукт логарифмирования, повторенного в  $r$  раз.] В этом случае для каждого  $\varepsilon$  и  $n > n_0$  существует  $a < n$ , для которого

$$\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi(a+L_n) < \varepsilon a.$$

С другой стороны для каждого  $\eta > 0$

$$\liminf_{a \rightarrow \infty} \frac{\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi[a + (1+\eta)L_n]}{a} = \infty.$$

Далее утверждается (без доказательства), что

$$\liminf_{a \rightarrow \infty} \frac{\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi\left(a + \frac{\log_3 a}{\log_4 a - \log_5 a} + \frac{c \log_3 a}{(\log_4 a)^2}\right)}{a} = \frac{e^c}{\alpha}.$$

$$\alpha = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1/p}.$$

Даются далее несколько других результатов без доказательства, из которых здесь приводятся только:

Пусть  $k_n = \frac{\log_3 n}{\log_6 n}$  и пусть  $i_1, i_2, \dots, i_{k_n}$  будет любая перестановка селых  $1, 2, \dots, k_n$ . Тогда для  $n > n_0$  существует  $a < n$ , причем

$$\varphi(a+i_1) > \varphi(a+i_2) > \dots > \varphi(a+i_{k_n}).$$

С другой стороны для  $n > n_0(\varepsilon)$

$$\varphi(n) > \varphi(n+1) > \dots > \varphi[n + (1+\varepsilon)k_n]$$

не может быть справедливым. Эти же самые результаты справедливы для  $\sigma(n)$  вместо  $\varphi(n)$ .

REMARKS ON TWO PROBLEMS OF THE MATEMATIKAI LAPOK

Let  $L_n = [\log_3 n / \log_4 n]$ . [ $\log_r n$  denotes the  $r$  times iterated logarithm]. Then for every  $\varepsilon$  and  $n > n_0$  there exists an  $a < n$  for which

$$\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi(a+L_n) < \varepsilon a.$$

On the other hand for every  $\eta > 0$

$$\liminf_{a \rightarrow \infty} \frac{\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi(a + (1+\eta)L_n)}{a} = \infty.$$

Further it is stated without giving the proof that

$$\liminf_{a \rightarrow \infty} \frac{\varphi(a) + \varphi(a+1) + \dots + \varphi\left(a + \frac{\log_3 a}{\log_4 a - \log_5 a} + \frac{c \log_3 a}{(\log_4 a)^2}\right)}{a} = \frac{e^c}{\alpha}$$

$$\alpha = \prod_p \left(1 - \frac{1}{p}\right)^{-1/p}$$

Several other results are stated without proof, here we mention only one:

Put  $k_n = \frac{\log_3 n}{\log_6 n}$  and let  $i_1, i_2, \dots, i_{k_n}$  be any permutation of the integers

$1, 2, \dots, k_n$ . Then for  $n > n_0$  there exists an  $a < n$  so that

$$\varphi(a + i_1) > \varphi(a + i_2) > \dots > \varphi(a + i_{k_n}).$$

On the other hand for  $n > n_0(\varepsilon)$

$$\varphi(n) > \varphi(n+1) > \dots > \varphi(n + (1 + \varepsilon)k_n)$$

can not hold. The same results hold for  $\sigma(n)$  instead of  $\varphi(n)$ .

## СОДЕРЖАНИЕ

Фридьеш Рис . . . . .	1
Эрдэш П.: О двух задачах, опубликованных в журнале „Математикаи Лапок“ . . . . .	10
Николеску, М.: О математической деятельности Математического института Румынской Академии Наук и Кафедры анализа Университета, Бухарест . . . . .	18
Хайнал, А. и Калмар, Л.: Замечание к системе аксиом Гёдела теории множеств I . . . . .	26
Бихари, Н.: Об одном свойстве монотонности Функции Бесселя . . . . .	43
Фрид, Э.: Алгебраически замкнутые тела как конечные сокращения . . . . .	47
Облат, Р.: О Дьюла Вальи (25 янв. 1855 г.—13, окт. 1913 г.) . . . . .	61
Туран, П.: О распределении цифр „факториальной“ системы чисел . . . . .	71
Реньи, А.: О распределении цифр в рядах Кантора . . . . .	77
Ацель, Я.: О введении естественного логарифма и экспоненциальной функции . . . . .	101
Кёвари, Т.: Об одной задаче П. Турана . . . . .	106
Хеппеш, А. и Ревес, П.: К проблеме Боршука о раздроблении . . . . .	108
Мате, Я.: Об одной задаче истории китайской математики . . . . .	112
Проблемы . . . . .	114
Примеры . . . . .	156
Премия Мано Беке . . . . .	167
Математические и личные известия . . . . .	171
Из жизни общества . . . . .	177
Обзор книги . . . . .	201
Опечатки . . . . .	205

*A Bolyai János Matematikai Társulatba belépni szándékozók forduljanak a Társulat elnökségéhez (Büdapest, V., Reáltanoda-utca 13—15. Telefon: 187—330). Közlésre szánt dolgozatok (lehetőleg géprással s a lap egyik oldalát használva) a lap szerkesztőségéhez ugyanoda küldendők.*

*Kérjük cikkíróinkat, hogy amennyiben különlenyomatra tartanak igényt, cikkük kefelevonatának visszaküldésekor ezirányú kívánságukat a kért különlenyomatok számának megjelölésével feltétlenül jelentsék be.*

## CONTENT

Frédéric Riesz: †	1
P. Erdős; Remarks on two problems of the <i>Mathematikai Lapok</i>	10
M. Nicolescu: On the mathematical activity of the Mathematical Institut of the Rumanian Academy and of the Chair of the Analysis at the University of Bucarest	18
A. Hajnal and L. Kalmár: Remark on the Gödelian axiom system of the set theory I.	26
I. Bihari: On a monotonicity-property of the Bessel functions	43
E. Fried: Algebraically closed fields as finite extensions	47
R. Obláth: Life and works of J. Vályi	61
P. Turán: On the distribution of the digits in Cantor-systems	71
A. Rényi: On the distribution of the digits in Cantor's series	77
J. Aczél: On the introduction of the exponential and logarithmic function	101
T. Kövári: On a problem of Turán	106
A. Heppes and P. Révész: On the splitting problem of Borsuk	108
J. Máté: On problem in the history of Chinese mathematics	112
Problems	114
Examples	156
Report on the Beke-prize	167
News	174
Society life	177
Book review	201
Errata	205

*Különböző külföldi természettudományos, műszaki, orvosi stb szakfolyóiratok 1953—1954. évi vegyes számai a Posta Központi Hírlap Iroda V., József Attila u. 3. sz. alatti lapüzletében példányonként megvásárolhatók.*

*Felhívjuk olvasóink figyelmét, hogy lapunk régebbi számai kaphatók a Posta Központi Hírlap Iroda V., József Attila-u. 3 szám alatti Újságboltjában.*